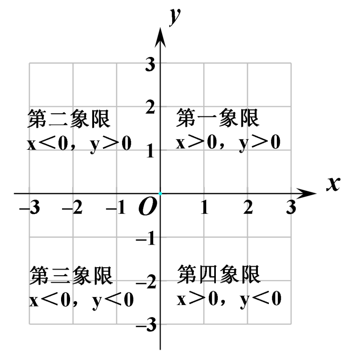
7.2 坐标方法的简单应用 培优讲义

一、知识梳理

平面直角坐标系

在平面内，两条互相垂直、原点重合的数轴，组成平面直角坐标系（rectangular coordinate system）.水平的数轴称为 x 轴或横轴，习惯取向右为正方向，竖直的数轴称为 y 轴或纵轴，习惯取向上为正方向，两坐标轴的交点为平面直角坐标系的原点 x 轴和 y 轴把坐标平面分成I、II、III、IV四个部分，每个部分称为象限（quadrant），按逆时针顺序依次叫第一象限、第二象限、第三象限、第四象限.

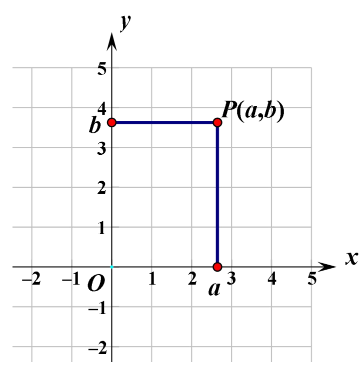


点的坐标

对于平面内任意一点 P，过点 P 向 x 轴、y 轴作垂线，垂足在 x 轴、y 轴上对应的数 a，b 分别叫做点 P 的横坐标和纵坐标，有序数对（a，b）叫做点 P 的坐标，记作 P（a，b）.坐标轴上的点不属于任何象限.

点到坐标轴的距离

点 P（a，b）到 x 轴的距离是点的纵坐标的绝对值，即$|b|$；点 P（a，b）到 y 轴的距离是点的横坐标的绝对值，即$|a|$



各象限的点的坐标

点 P（x，y）在第一象限 <=> x>0，y>0；

点 P（x，y）在第二象限 <=> x<0，y>0；

点 P（x，y）在第三象限 <=> x<0，y<0；

点 P（x，y）在第四象限 <=> x>0，y<0.

坐标轴上点的坐标

点 P（x，y）在 x 轴上 <=> y=0，x 为任意实数；

点 P（x，y）在 y 轴上 <=> x=0，y 为任意实数；

点 P（x，y）既在 x 轴上，又在 y 轴上 <=> x=0，y=0，即点 P 的坐标为（0，0）.

象限角平分线上的点

当点在第一、三象限夹角平分线上时，则点的横纵坐标相等；当点在第二、四象限夹角平分线上时，则点的横纵坐标互为相反数.

平行于坐标轴的直线上的点

平行于 x 轴直线上的两点，其纵坐标相等，横坐标不相等；平行于 y 轴直线上的两点，其横坐标相等，纵坐标不相等.

关于 x 轴、y 轴、原点对称的点

①两点关于 x 轴对称 <=> 两点坐标横坐标相同，纵坐标互为相反数；

②两点关于 y 轴对称 <=> 两点坐标横坐标互为相反数，纵坐标相同；

③两点关于原点对称 <=> 两点坐标横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数.

点的平移

平移口诀：在横坐标上左减右加，在纵坐标上上加下减.

坐标方法的应用

用坐标表示地理位置

① 建立坐标系，选择一个适当的参照点为原点，确定 x 轴、y 轴的正方向；

② 根据具体问题确定单位长度；

③ 在坐标平面内画出这些点，写出各点的坐标和各个地点的名称.

用方向角和距离表示平面内点的位置

在航海和测绘中，经常用方向角和距离来刻画平面内两个物体相对位置，通常以北偏东（西），或南偏东（西）确定方向角.

坐标平面内图形的平移

在平面直角坐标系内，如果把一个图形各个点的横坐标都加（或减去）一个正数 a，相应的新图形就是把原图形向右（或向左）平移 a 个单位长度；如果把一个图形各个点的纵坐标都加（或减去）一个正数 a，相应的新图形就是把原图形向上（或向下）平移 a 个单位长度.

坐标平面内图形的面积

割补法、铅垂法

二、典例讲练

1. 点 $A(-3,-5)$ 向右平移 2 个单位，再向下平移 3 个单位到点 B，则点 B 的坐标为(　　)

   A. $(-5,-8)$　　B. $(-5,-2)$　　C. $(-1,-8)$　　D. $(-1,-2)$

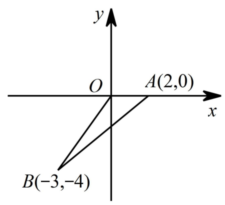
2. 若平面直角坐标系内的点 M 在第四象限，且 M 到 x 轴的距离为 1，到 y 轴的距离为 2，则点 M 的坐标为(　　)

   A. $(2,1)$　　B. $(-2,1)$　　C. $(2,-1)$　　D. $(1,-2)$

3. 在平面直角坐标系中，把 $\triangle ABC$ 经过平移得到 $\triangle A'B'C'$，若 $A(1,m)$，$B(4,2)$，点 A 的对应点 $A'(3,m+2)$，则点 B 对应点 B' 的坐标为(　　)

   A. $(6,5)$　　B. $(6,4)$　　C. $(5,m)$　　D. $(6,m)$

4. 如图，在平面直角坐标系中 $A(2,0)$ ，$B(-3,-4)$ ，$O(0,0)$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积为（　　）



A. 4　　　　B. 6　　　　C. 8　　　　D. 3

5. 点 A 在 y 轴上，位于原点上方，距离原点 2 个单位长度，则点 A 的坐标是（　　）

A. $(2,0)$　　　　B. $(0,2)$　　　　C. $(-2,0)$　　　　D. $(0,-2)$

6. 点 $P(-3,-2)$ 与坐标原点、$(-3,0)$ 围成的三角形的面积为（　　）

A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 6

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 A 的坐标为 $(-3,3)$ ，点 B 的坐标为 $(2,0)$ ，则 $\triangle ABO$ 的面积为（　　）

A. 15　　　　B. 7.5　　　　C. 6　　　　D. 3

8. 已知点 $O(0,0)$ ，点 $A(-3,2)$ ，点 B 在 y 轴的正半轴上，若三角形 AOB 的面积为 12，则点 B 的坐标为（　　）

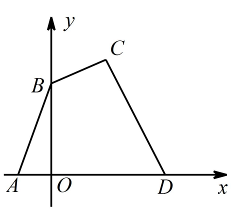
A. $(0,8)$　　　　B. $(0,4)$　　　　C. $(8,0)$　　　　D. $(0,-8)$

9. 已知 $\triangle ABC$ 内任意一点 $P(a,b)$ 经过平移后对应点为 $P_1(c,d)$ ，已知 $A(-3,2)$ 在经过此次平移后对应点为 $A_1(4,-3)$ ，则 $a-b-c+d$ 的值为（　　）

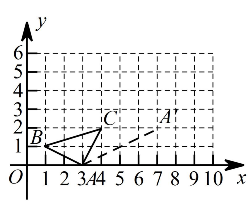
A. 12　　　　B. -12　　　　C. 2　　　　D. -2

10. 线段 AB 是由线段 CD 平移得到的，点 $A(-2,1)$ 的对应点为 $C(1,1)$ ，则点 $B(3,2)$ 的对应点 D 的坐标是________.

11. 如图，点 $A(-1,0)$ ，点 $B(0,3)$ ，点 $C(2,4)$ ，点 $D(3,0)$ ，点 P 是 x 轴上一点，直线 CP 将四边形 $ABCD$ 的面积分成 $1:2$ 两部分，则 P 点坐标为________.



第 11 题图

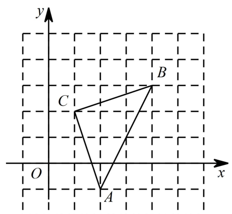


第 13 题图

12. 已知 $A(1,-2)$ ，$B(-1,2)$ ，$E(2,a)$ ，$F(b,3)$ ，若将线段 AB 平移至 EF，点 A 对应点为点 E，点 B 对应点为点 F，则 $a+b$ 的值为________.

13. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上，其位置如图所示．现将 $\triangle ABC$ 沿 AA' 的方向平移，使得点 A 移至图中的点 A' 的位置，则平移过程中线段 AB 扫过的面积为________.

14. 如图，平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的顶点都在网格点上，其中，A 点坐标为 $(2,-1)$，则 $\triangle ABC$ 的面积为________ 平方单位.



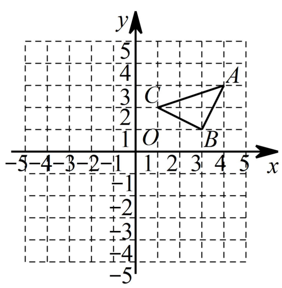
15. 线段 CD 是由线段 AB 平移得到的，点 $A(-1,4)$ 的对应点为 $C(4,7)$，则点 $B(-4,-1)$ 的对应点 D 的坐标为________.

16. 如图所示的平面直角坐标系中，$A(4,3)$，$B(3,1)$，$C(1,2)$，将 $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle DEF$，已知 B 点平移的对应点 E 点的坐标为 $(0,-3)$（A 点与 D 点对应，C 点与 F 点对应）.

（1）画出平移后的 $\triangle DEF$，并写出点 D 的坐标为________，点 F 的坐标为________.

（2）求 $\triangle ABC$ 的面积；

（3）若点 $P(m,0)$ 为 x 轴上一动点，$S_{\triangle PAB} > S_{\triangle ABC}$，直接写出 m 的取值范围.

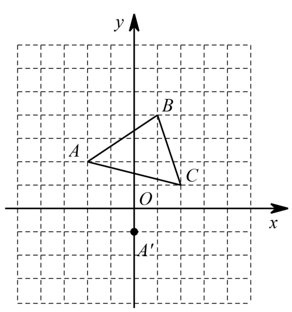


17. 在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的三个顶点的位置如图所示，现将 $\triangle ABC$ 沿 AA' 的方向平移，使得点 A 移至图中的点 A' 的位置.

（1）在直角坐标系中，画出平移后所得 $\triangle A'B'C'$（其中 B'，C' 分别是 B，C 的对应点）.

（2）求 $\triangle ABC$ 的面积.

（3）以 A，B，C，D 为顶点构造平行四边形，则 D 点坐标为 ________.

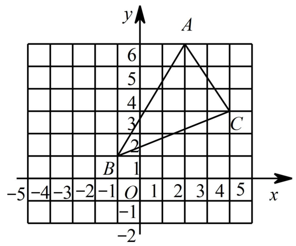


18. 如图，三角形 ABC 经过平移后，使点 A 与点 $A'(-1,4)$ 重合，

（1）画出平移后的三角形 $A'B'C'$；

（2）写出平移后的三角形 $A'B'C'$ 三个顶点的坐标 A' ________，B' ________，C' ________.

（3）若三角形 ABC 内有一点 $P(a,b)$，经过平移后的对应点 P' 的坐标________.

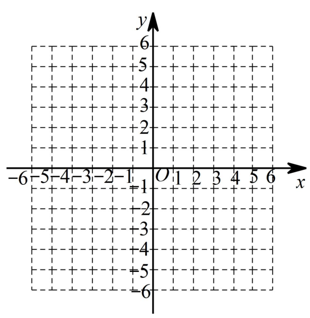


19. 已知：$A(0,1)$，$B(2,0)$，$C(4,3)$.

（1）在坐标系中描出各点，画出 $\triangle ABC$.

（2）求 $\triangle ABC$ 的面积；

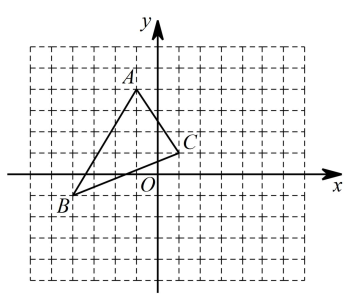
（3）设点 P 在坐标轴上，且 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等，求点 P 的坐标.



20. $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示，三个顶点 A，B，C 的坐标分别是 $(-1,4)$，$(-4,-1)$，$(1,1)$. 将 $\triangle ABC$ 向右平移 5 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到 $\triangle A'B'C'$.

（1）请画出平移后的图象，并写出平移后三角形的三个顶点的坐标；

（2）若在第四象限内有一点 $M(4,m)$，是否存在点 M，使得四边形 $A'OMB'$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积的一半?若存在，请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.

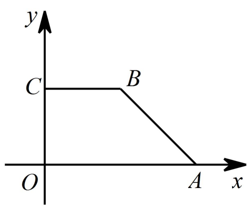


21. 如图，在直角坐标系中，点 A，C 分别在 x 轴、 y 轴上，$CB \parallel OA$ ，$OC = 8$ ，$BC = 8$ ，$OA = 16$.

（1）直接写出点 A，B，C 的坐标；

（2）动点 P 从原点 O 出发沿 x 轴以每秒 2 个单位的速度向右运动，当直线 PC 把四边形 $OABC$ 分成面积相等的两部分时停止运动，求 P 点运动时间；

（3）在（2）的条件下，在 y 轴上是否存在一点 Q，连接 PQ，使三角形 CPQ 的面积与四边形 $OABC$ 的面积相等?若存在，求点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

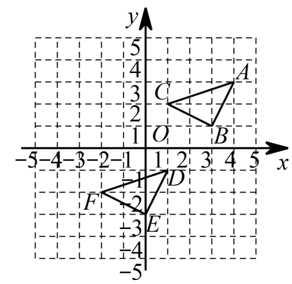


7.2 坐标方法的简单应用 培优讲义答案

第一部分

1. C　2. C　3. B　4. A　5. B　6. B　7. D　8. A　9. B　10. $(6,2)$

11. $\left(\frac{5}{4},0\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2},0\right)$　12. -1　13. 8　14. 5　15. $(1,2)$

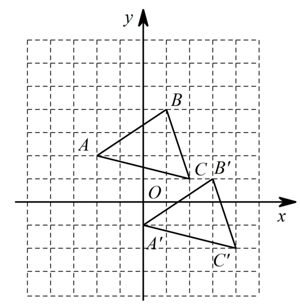


16.（1） $\triangle DEF$ 如图所示． $(1,-1)$ ； $(-2,-2)$

（2） $S_{\triangle ABC}=3\times2-\frac{1\times3}{2}-\frac{1\times2}{2}-\frac{1\times2}{2}=\frac{5}{2}$ ．

（3） m 的取值范围为 $m<0$ 或 $m>5$ ．

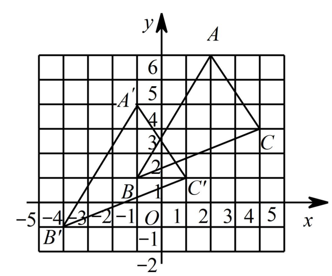
17.（1） 如图所示，$\triangle A'B'C'$ 即为所求．



（2） $S=3\times4-\frac{1}{2}\times1\times4-\frac{1}{2}\times1\times3-\frac{1}{2}\times2\times3=5.5$ ．

（3） $(5,3)$ 或 $(-3,5)$ 或 $(-1,-1)$

18.（1） 画图如图所示：

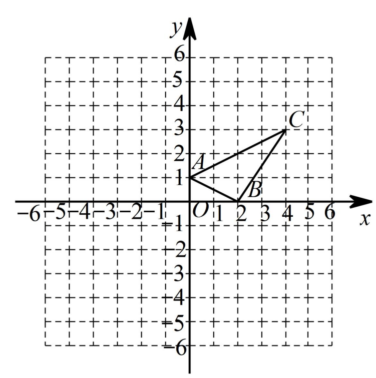


（2） $(-1,4)$ ； $(-4,-1)$ ； $(1,1)$

【解析】由（1）画图可知，$A'(-1,4)$ ，$B'(-4,-1)$ ，$C'(1,1)$ ．

（3） $(a-3,b-2)$ 【解析】根据（1）所得平移规律可知，点 $P(a,b)$ ，经过平移后的对应点 P' 的坐标为 $(a-3,b-2)$ ．

19.（1） 如图所示：



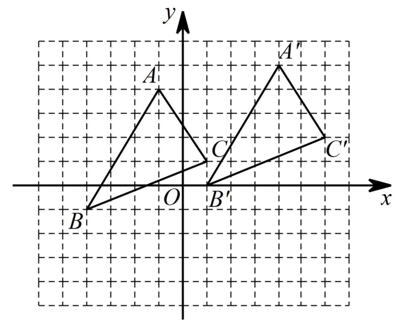
（2） $S_{\triangle ABC}=4\times3-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times3-\frac{1}{2}\times2\times4=4$ ．

（3） 当点 P 在 x 轴上时，$\triangle ABP$ 的面积 $=\frac{1}{2}AO\cdot BP=4$ ，

即：$\frac{1}{2}\times1\times BP=4$ ，解得：$BP=8$ ，所以点 P 的坐标为 $(10,0)$ 或 $(-6,0)$ ；当点 P 在 y 轴上时，$\triangle ABP$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times BO\times AP=4$ ，即 $\frac{1}{2}\times2\times AP=4$ ，解得：$AP=4$ ．所以点 P 的坐标为 $(0,5)$ 或 $(0,-3)$ ．

所以点 P 的坐标为 $(0,5)$ 或 $(0,-3)$ 或 $(10,0)$ 或 $(-6,0)$ ．

20.（1） 如图，$\triangle A'B'C'$ 即为所求，$A'(4,5)$，$B'(1,0)$，$C'(6,2)$．



$$S_{\triangle ABC}=5\times5-\frac{1}{2}\times3\times5-\frac{1}{2}\times2\times3-\frac{1}{2}\times2\times5$$
$$=25-\frac{15}{2}-3-5$$
$$=\frac{19}{2},$$

（2） 存在．

$$S_{四边形\,A'OMB'}=S_{\triangle A'OB'}+S_{\triangle MOB'}$$
$$=\frac{1}{2}\times1\times5+\frac{1}{2}\times1\times(-m)$$
$$=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}m,$$

$\because S_{四边形\,A'OMB'}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，$\therefore \frac{5}{2}-\frac{1}{2}m=\frac{1}{2}\times\frac{19}{2}$，解得 $m=-\frac{9}{2}$，$\therefore M$ 点的坐标为 $\left(4,-\frac{9}{2}\right)$．

21.（1）$\because$ 点 A 在 x 轴上，$OA=16$．$\therefore A(16,0)$，$\because$ 点 C 在 y 轴上，$OC=8$，

$\therefore C(0,8)$，$\because CB\parallel OA$，$CB=8$，$\therefore B(8,8)$．

（2）$\because CB=8$，$OC=8$，$OA=16$，

$\therefore S_{四边形\,OABC}=\frac{1}{2}(OA+BC)\times OC=\frac{1}{2}(16+8)\times8=96$，

$\because$ 当直线 PC 把四边形 $OABC$ 分成面积相等的两部分，

$\therefore S_{\triangle OPC}=\frac{1}{2}OP\times OC=\frac{1}{2}\times OP\times8=\frac{1}{2}S_{四边形\,OABC}=48$，$\therefore OP=12$，

$\because$ 动点 P 从原点 O 出发沿 x 轴以每秒 2 个单位得速度向右运动，$\therefore$ P 点运动时间为 $12\div2=6\ \text{s}$．

（3） 存在，理由如下：由（2）有 $OP=12$，$\therefore S_{\triangle CPQ}=\frac{1}{2}CQ\times OP=\frac{1}{2}CQ\times12=96$，

$\therefore CQ=16$，$\because C(0,8)$，$\therefore Q(0,24)$ 或 $Q(0,-8)$．