



6.1 平方根 培优讲义

一、知识梳理

1、算术平方根

(1)概念：一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2=a$ 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根。

(2)表示方法： a 的算术平方根记为 \sqrt{a} ，读作“根号 a ”或“二次根号 a ”， a 叫做被开方数。即 \sqrt{a} 表示求 a 的算术平方根。

(3)性质：一个正数有 1 个正的算术平方根；0 的算术平方根是 0；负数没有算术平方根。

注意：1、 \sqrt{a} 的双重非负性：① $a \geq 0$ （非负数才有算术平方根）

② $\sqrt{a} \geq 0$ ，即 \sqrt{a} 是一个非负数。

$$2、(\sqrt{a})^2 = a \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

2、平方根

(1)概念：如果一个数的平方等于 a ，即 $x^2=a$ ，那么这个数 x 就叫做 a 的平方根。

(2)平方根的性质：一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根。

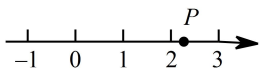
(3)表示方法：正数 a 有两个平方根，一个是 a 的正的平方根，记作“ \sqrt{a} ”，读作“根号 a ”，另一个是 a 的负的平方根，记作“ $-\sqrt{a}$ ”，读作“负根号 a ”，这两个平方根合起来可记作“ $\pm\sqrt{a}$ ”。

(4)求一个数的平方根的运算，叫做开平方。

二、同步练习

(一) 选择题

1. 如图，数轴上点 P 表示的数可能是 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{7}$

2. 实数 $\sqrt{3}$ 的值在 ()

- A. 0 和 1 之间 B. 1 和 2 之间 C. 2 和 3 之间 D. 3 和 4 之间

3. 一个正数的平方根是 $a+3$ 和 $a-1$ ，则 a 的值是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

4. $\sqrt{81}$ 的值为 ()

- A. 9 B. ± 9 C. 3 D. ± 3

5. 下列各式正确的是 ()

- A. $\sqrt{(-3)^2} = 3$ B. $(-\sqrt{4})^2 = 16$ C. $\sqrt{9} = \pm 3$ D. $\sqrt{-16} = -4$

6. 被开方数 a 的小数点位置移动和它的算术平方根 \sqrt{a} 的小数点位置移动符合一定的规律，若 $\sqrt{a} = 180$ ，且 $-\sqrt{3.24} = -1.8$ ，则被开方数 a 的值为 ()

- A. 32.4 B. 324 C. 32400 D. -3240



7. 为了求 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2008} + 2^{2009}$ 的值，可令 $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2008} + 2^{2009}$ ，则 $2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010}$ ，因此 $2S - S = 2^{2010} - 1$ ，所以 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2009} = 2^{2010} - 1$ 。仿照以上推理计算出 $1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2009}$ 的值是（ ）

- A. $5^{2010} + 1$ B. $5^{2010} - 1$ C. $\frac{5^{2010} - 1}{4}$ D. $\frac{5^{2010} + 1}{4}$

8. 我们常用的数是十进制数，而计算机程序处理数据使用的只有数码 0 和 1 的二进制数，这二者可以相互换算，如将二进制数 1011 换算成十进制数应为： $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11$ 。按此方式，则将十进制数 7 换算成二进制数应为（ ）

- A. 100 B. 110 C. 101 D. 111

(二) 填空题

9. 已知 $(x - 1)^2 = 4$ ，则 $x =$ _____.
10. 实数 $\sqrt{3}$ 的整数部分为_____.
11. 一个数的平方根等于它本身，这个数是_____.
12. 已知 $\sqrt{23} \approx 4.80$ ， $\sqrt{230} \approx 15.17$ ，则 $\sqrt{0.0023}$ 的值约为_____.
13. 如果 $(-a)^2 = (-2)^2$ ，则 $a =$ _____.
14. 已知 $\sqrt{x + 3} + |3x + 2y - 15| = 0$ ，则 $\sqrt{x + y}$ 的算术平方根为_____.
15. 一个自然数的算术平方根是 a ，则与它相邻的后一个自然数的算术平方根是_____.
16. 一个正数 a 的平方根是 $5x + 18$ 与 $6 - x$ ，则这个正数 a 是_____.
17. 若 $\sqrt{19} + 1$ 的值在两个整数 a 与 $a + 1$ 之间，则 $a =$ _____.
18. 若两个连续整数 x, y ，满足 $x < \sqrt{15} + 1 < y$ ，则 $x + y$ 的值是_____.

(三) 解答题

19. 已知的 $\sqrt{7} + 7$ 小数部分是 a ， $7 - \sqrt{7}$ 的小数部分是 b ，求 $a + b$ 的值.

20. 已知 $\sqrt{5} + 1$ 的整数部分为 a ， $\sqrt{5} - 1$ 的小数部分为 b ，求 $2a + 3b$ 的值.



21. 工人师傅准备从一块面积为 25 平方分米的正方形工料上裁剪出一块 18 平方分米的长方形的工件.

(1) 求正方形工料的边长;

(2) 若要求裁下来的长方形的长宽的比为 $3:2$ ，问这块正方形工料是否合格? (参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$)

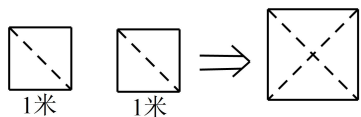
22. 已知 a 是 $\sqrt{5}$ 的整数部分， b 是 $\sqrt{11}$ 的整数部分，求 $a + b$ 的值.

23. 小丽想在一块面积为 36 cm^2 的正方形纸片上，沿着边的方向裁出一块面积为 30 cm^2 的长方形纸片，并且使它的长宽比为 $2:1$ 。问：小丽能否用这块正方形纸片裁出符合要求的长方形纸片，为什么?

24. 已知 $2a - 1$ 的算术平方根是 1 ， $b - 1$ 的平方根是 ± 2 ， c 是 $\sqrt{13}$ 的整数部分，求 $a - 2b + c^2$ 的平方根.



25. 乔迁新居，小明家买了一张边长是 1.3 米的正方形的新桌子，原有边长是 1 米的两块台布都不适用了，丢掉又太可惜了。小明的姥姥按如图所示的方法，将两块台布拼成一块正方形大台布，你帮小明的姥姥算一算，这块大台布能盖住现在的新桌子吗？



26. 比较下列各组数的大小.

(1) $\sqrt{3}$ 与 1.7;

(2) $\frac{\sqrt{8}-1}{2}$ 与 1.

27. 已知 $5 + \sqrt{11}$ 的小数部分为 a ， $5 - \sqrt{11}$ 的小数部分为 b ，求 $(a + b)^{2015}$ 的值.

28. 当人造地球卫星的运行速度大于第一宇宙速度而小于第二宇宙速度时，它能环绕地球运行，已知第一宇宙速度的公式是 $v_1 = \sqrt{gR}$ (米/秒)，第二宇宙速度的公式是 $v_2 = \sqrt{2gR}$ (米/秒)，其中 $g = 9.8$ (米/秒²)， $R = 6.4 \times 10^6$ 米. 试求第一、第二宇宙速度.



6.1 平方根 答案

第一部分

1. C 2. B 3. C 4. A 5. A 6. C 7. C 8. D

第二部分

9. 3 或 -1 10. 1 11. 0 12. 0.048 13. ± 2 14. $\sqrt{3}$
 15. $\sqrt{a^2+1}$ 16. 144 17. 5 18. 9

第三部分

19. 因为 $2 < \sqrt{7} < 3$,
 所以 $\sqrt{7}$ 的整数部分是 2, 小数部分是 $\sqrt{7} - 2$.
 所以 $\sqrt{7} + 7$ 的小数部分是 $\sqrt{7} - 2$, 即 $a = \sqrt{7} - 2$.
 因为 $7 - \sqrt{7}$ 的整数部分是 4,
 所以 $7 - \sqrt{7}$ 的小数部分是 $7 - \sqrt{7} - 4 = 3 - \sqrt{7}$,
 即 $b = 3 - \sqrt{7}$.
 所以 $a + b = (\sqrt{7} - 2) + (3 - \sqrt{7}) = 1$.

20. $\because 2 < \sqrt{5} < 3$,
 $\therefore 3 < \sqrt{5} + 1 < 4$, $1 < \sqrt{5} - 1 < 2$,
 $\therefore a = 3$, $b = \sqrt{5} - 2$.
 $\therefore 2a + 3b = 2 \times 3 + 3 \times (\sqrt{5} - 2) = 3\sqrt{5}$.

21. (1) 边长为 $\sqrt{25} = 5$ (分米) .
 (2) 设长为 $3x$ 分米, 宽为 $2x$ 分米,
 则

$$6x^2 = 18,$$

$$\therefore x = \sqrt{3} \text{ 或 } x = -\sqrt{3} \text{ (舍去)}, \quad \therefore$$

$3x = 3\sqrt{3} \approx 5.196 > 5$.
 故正方形工料不合格.

22. $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$,
 即 $2 < \sqrt{5} < 3$,
 $\therefore \sqrt{5}$ 的整数部分为 2,
 同理, $\sqrt{11}$ 的整数部分为 3,
 $\therefore a + b = 2 + 3 = 5$.

23. 不能, 设长方形纸片的宽为 x cm, 则长为 $2x$ cm, 由题意得:
 $2x \cdot x = 30,$

解得:

$$x_1 = \sqrt{15}, x_2 = -\sqrt{15} \text{ (舍)} .$$

则长方形纸片的长为 $2\sqrt{15}$ cm, 而正方形纸片的边长为 $\sqrt{36}$ cm = 6 cm ,



因为 $2\sqrt{15} > 6$,

所以不能裁剪出符合要求的长方形.

24. 由题意知

$$2a - 1 = 1 , a = 1 ;$$

$$b - 1 = 4 , b = 5 ;$$

$$c = 3 ;$$

$$\therefore a - 2b + c^2 = 0 ,$$

$\therefore a - 2b + c^2$ 的平方根是 0 .

25. 能.

由题意可知：大台布的面积为 $(1 + 1) = 2$ (平方米) .

$$\therefore \text{大台布的边长} = \sqrt{2} \approx 1.414 > 1.3 .$$

\therefore 这块大台布能盖住现在的新桌子.

$$26. (1) \because (\sqrt{3})^2 = 3 , 1.7^2 = 2.89 ,$$

$$\therefore 3 > 2.89 .$$

$$\therefore \sqrt{3} > 1.7 .$$

$$(2) \text{ 由 } \frac{\sqrt{8}-1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{8}-3}{2} ,$$

$$\text{又 } (\sqrt{8})^2 = 8 , 3^2 = 9 ,$$

$$\therefore \sqrt{8} < 3 .$$

$$\therefore \frac{\sqrt{8}-1}{2} < 1 .$$

$$27. \because 3 = \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16} = 4 ,$$

$$\therefore 8 < 5 + \sqrt{11} < 9 , 1 < 5 - \sqrt{11} < 2 ,$$

$$\therefore a = 5 + \sqrt{11} - 8 = \sqrt{11} - 3 ,$$

$$b = 5 - \sqrt{11} - 1 = 4 - \sqrt{11} .$$

$$\therefore (a + b)^{2015} = 1^{2015} = 1 .$$

28. 将 $g = 9.8$ (米/秒²) , $R = 6.4 \times 10^6$ 米代入 $v_1 = \sqrt{gR}$, $v_2 = \sqrt{2gR}$, 得

$$v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \approx 7.92 \times 10^3 \quad (\text{米/秒})$$

$$v_2 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 1.12 \times 10^4 \quad (\text{米/秒}) .$$