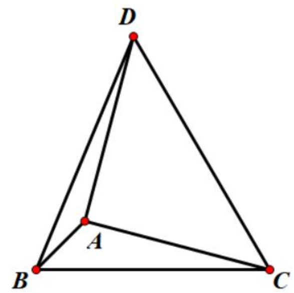
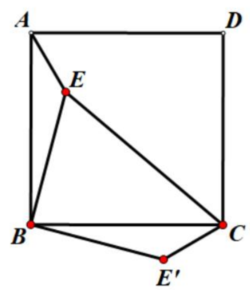
17.1-17.2 勾股定理 拓展训练

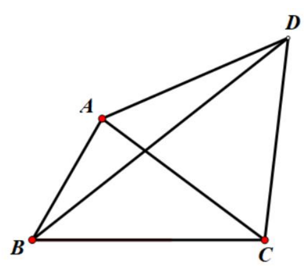
1、如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45^{\circ}$ ，$AB=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ，$BC=12$ ，以 AC 为直角边，A 为直角顶点作等腰直角 $\triangle ACD$ ，则 BD 的长为________.



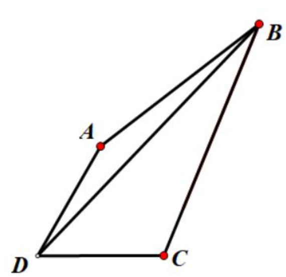
2、如图，点 E 是正方形 ABCD 内一点，连接 AE、BE、CE，将△ABE 绕点 B 顺时针旋转 90°到△CBE’的位置，若 AE=1，BE=2，CE=3，求∠BE'C 的大小。



3、如图，在△ABC 中，AB=3，BC=5，∠ABC=60°，以 AC 为边向外作等边△ACD，求 BD 的长.

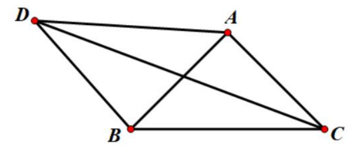


4、如图，在四边形 ABCD 中，AD=DC，∠ADC=60°，∠ABC=30°，AB=4，BC=5，求对角线 BD 的长.



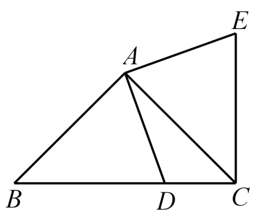
5、如图，等腰 Rt△ABC 中，AB=AC，∠BAC=90°，点 D 在△ABC 外，

且∠ADB=45°，BD=3，AD=4，求线段 DC 的长.

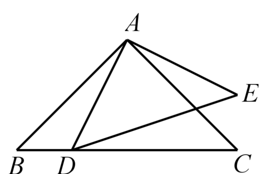


6、（1）问题：如图①，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 为 BC 边上一点（不与点 B，C 重合），将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 $90°$ 得到 AE，连接 EC，则线段 BC，DC，EC 之间满足的等量关系式为________；

（2）探索：如图②，在 Rt$\triangle ABC$ 与 Rt$\triangle ADE$ 中，$AB=AC$，$AD=AE$，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转，使点 D 落在 BC 边上，试探索线段 AD，BD，CD 之间满足的等量关系，并证明你的结论；



图①



图②

7、已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $CGEF$，且 D 点在 CF 边上，连接 AE，M 为 AE 的中点，连接 MD，MF.

（1） 如图 1，请直接写出线段 MD，MF 的数量及位置关系________；

（2） 如图 2，把正方形 $CGEF$ 绕点 C 顺时针旋转 $45°$，使得 B，C，E 三点在同一条直线上，则（1）中的结论是否成立？若成立，请证明；若不成立，请给出你的结论并证明；

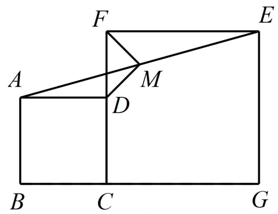


图1

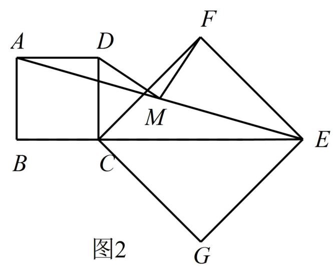


图2

8、 如图，E 是正方形 $ABCD$ 中 CD 边上的一点，AE 交对角线 BD 于点 P，过点 P 作 AE 的垂线交 BC 于点 G，连接 AG 交对角线 BD 于点 Q .

（1）求证：$AP=PG$ ；

（2）求证：$GC=\sqrt{2}\cdot PD$

（3）线段 BQ ，PQ ，PD 有何数量关系?证明你的结论；

（4）如图 2，若 $AB=4$ ，过点 G 作 $GF\perp BD$ 于 F，直接写出 $GF+PD=$ ________.

（5）$\dfrac{AB+BG}{BP}$ 是否为定值，若是，请求值并证明，若不是，请说明理由。

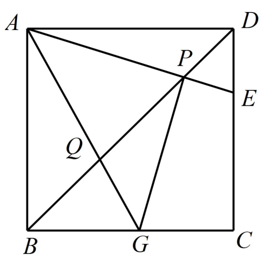


图1

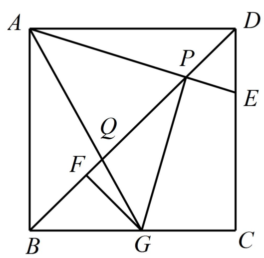
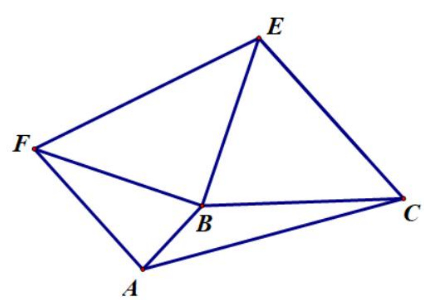


图2

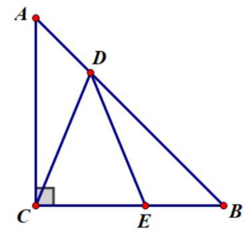
9、如图，在△ABC 中，AC=10，∠ABC=135°，△EFB 为等腰直角三角形，BE⊥BF，∠CEB+∠AFB=90°，AF=6，则 $S_{\triangle BCE}+S_{\triangle ABF}-S_{\triangle ABC}=$ ___________.

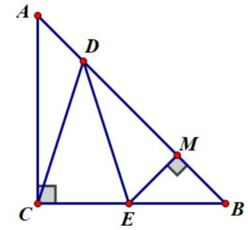


10、如图，△ABC 为等腰直角三角形，AC=BC，点 D 在 AB 上，点 E 在 BC 上，CD=DE

（1）若∠CDE=45°，求 $\dfrac{BE}{BC}$ 的值

（2）过 E 作 EM⊥AB 交 AB 于 M 点，求 $\dfrac{DM}{BC}$ 的值

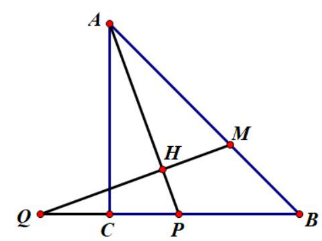




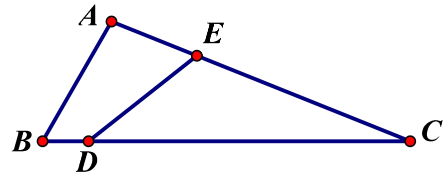
11、在等腰直角△ABC 中，∠ACB=90°，P 是线段 BC 上一动点（与点 B、C 不重合），连接 AP，延长 BC 至点 Q，使得 CQ=CP，过点 Q 作 QH⊥AP 于点 H，交 AB 于点 M

（1）若∠PAC=α，求∠AMQ 的大小（用含 α 的式子表示）

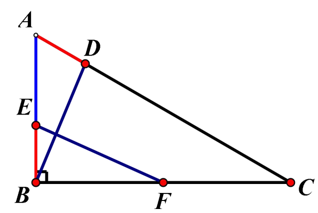
（2）用等式表示线段 MB 与 PQ 之间的数量关系，并证明



12、如图，点 D，E 分别在△ABC 的边 BC 和 AC 上，∠AED=∠B=60°，若 AB=DE=3，AE=2，则线段 CD 的长为 ______ .



13、如图，在△ABC 中，∠ABC=90°，∠A=60°，AB=2，D、E 分别是 AC、AB 上的动点，且 AD=BE，点 F 是 BC 的中点，则 BD+EF 的最小值为________ .

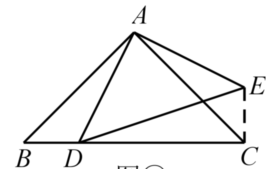


勾股定理拓展训练题 答案

1. 13　　2. 135°　　3. 7　　4. $\sqrt{41}$　　5. $\sqrt{41}$

6. (1) $DC+EC=BC$

(2) 线段 AD，BD，CD 之间满足的等量关系是 $BD^2+CD^2=2AD^2$.



图①

证明：如图①，连接 EC，$\because \angle BAC=\angle BAD+\angle DAC=90°$，$AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45°$，$\because \angle DAE=\angle CAE+\angle DAC=90°$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$. 在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE, \end{cases}$ $\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE\ (\mathrm{SAS})$，$\therefore BD=CE$，

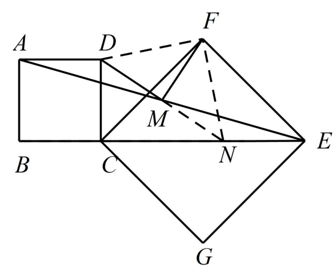
$\angle ACE=\angle ABC=45°$，$\therefore \angle BCE=\angle ACB+\angle ACE=90°$，$\therefore BD\perp CE$，

$\because \angle EAD=90°$，$AE=AD$，$\therefore ED=\sqrt{2}AD$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ECD$ 中，$ED^2=CE^2+CD^2$，

$\therefore BD^2+CD^2=2AD^2$.

7. (1) $MD=MF$，$MD\perp MF$.

(2) $MD=MF$，$MD\perp MF$ 仍成立.



证明：如图，延长 DM 交 CE 于点 N，连接 FN，DF，

$\because CE$ 是正方形 $CFEG$ 的对角线，$\therefore \angle FCN=\angle CEF=45°$，

$\because \angle DCE=90°$，$\therefore \angle DCF=45°$，$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle DAM=\angle NEM$，在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle ENM$ 中，

$\begin{cases} \angle DAM=\angle NEM, \\ AM=EM, \\ \angle AMD=\angle EMN, \end{cases}$ $\therefore \triangle ADM\cong\triangle ENM$，$\therefore EN=AD$，

$DM=MN$，

$\because AD=CD$，$\therefore CD=EN$，在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle ENF$ 中，

$\begin{cases} CD=EN, \\ \angle DCF=\angle CEF, \\ CF=EF, \end{cases}$ $\therefore \triangle CDF\cong\triangle ENF$，$\therefore DF=NF$，$\angle CFD=\angle EFN$；

$\because \angle EFN+\angle CFN=90°$，$\therefore \angle CFD+\angle CFN=90°$，$\therefore \angle DFN=90°$，

$\therefore \triangle DFN$ 为等腰直角三角形，$\because DM=MN$，$\therefore FM=DM$，$FM\perp DM$.

8. （1）【对角互补模型】 如图 1，作 $PH \perp AB$ 于 H，$PT \perp BC$ 于 T，

$\therefore \angle PHA = \angle PTG = 90^\circ$ ，$\because$ BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore$ $PH = PT$ ，$\because$ $AE \perp PG$ ，$\therefore$ $\angle APH + \angle HPG = 90^\circ$ ，

$\because$ $\angle TPG + \angle HPG = 90^\circ$ ，$\therefore$ $\angle APH = \angle GPT$.

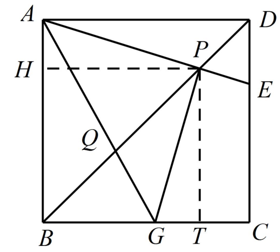
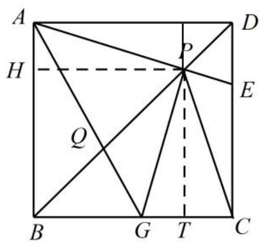


图1

在 $\triangle APH$ 和 $\triangle GPT$ 中，$\begin{cases} \angle APH = \angle GPT, \\ PH = PT, \\ \angle PHA = \angle PTG, \end{cases}$ $\therefore$ $\triangle APH \cong \triangle GPT$ ，

$\therefore$ $PA = PG$.

（2）连接 PC，证明 PC=PA=PG 即可。**或等腰直角△PAG 的外三垂。**



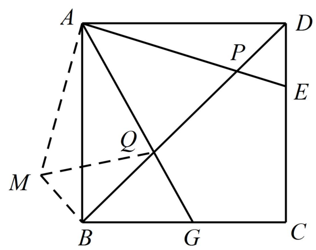


图2

（3） $PQ^2 = PD^2 + BQ^2$. 证明如下：作 $BM \perp BD$ ，$BM = PD$ ，连接 AM，MQ，易证 $\triangle ADP \cong \triangle ABM$ ，$\therefore$ $AM = AP$ ，$\angle BAM = \angle DAP$ ，$\because$ $\angle PAQ = 45^\circ$ ，

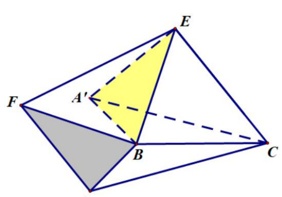
$\therefore$ $\angle DAP + \angle BAQ = \angle BAM + \angle BAQ = 45^\circ$ ，即 $\angle MAQ = 45^\circ$ ，

易证 $\triangle MAQ \cong \triangle PAQ$ ，$\therefore$ $MQ = PQ$ ，$\therefore$ $MQ^2 = BM^2 + BQ^2$ ，

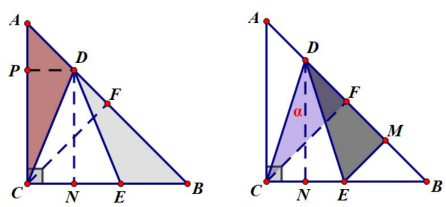
$\therefore$ $PQ^2 = PD^2 + BQ^2$.

（4） $2\sqrt{2}$ （5） $\sqrt{2}$

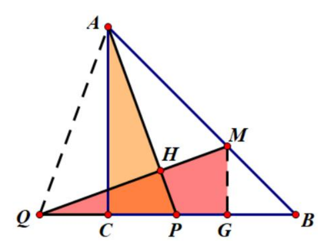
9、S=24，解析如下图



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

10、（1） $\sqrt{2}$-1 ；（2）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$解析如图

11、（1）45°＋α；（2）PQ=$\sqrt{2}$ MB

12、7

13、$\sqrt{13}$（解析如图）