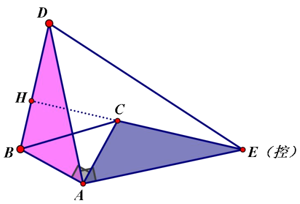
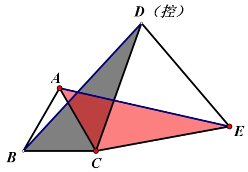
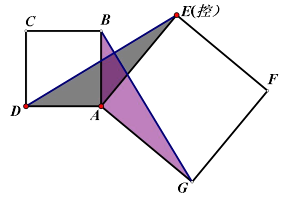
手拉手模型及应用

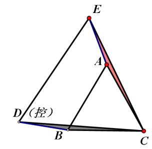
【知识导航】

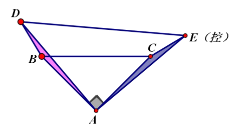
手拉手模型的特点：两个**顶角度数相等**的等腰三角形**共用**一个顶角顶点，并连结对应的底角顶点。









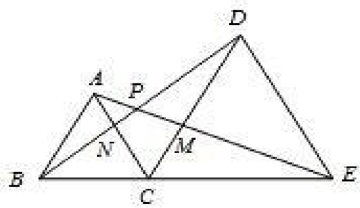
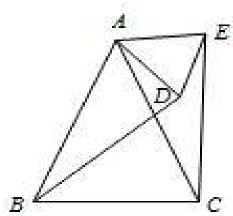
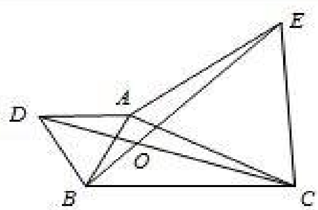
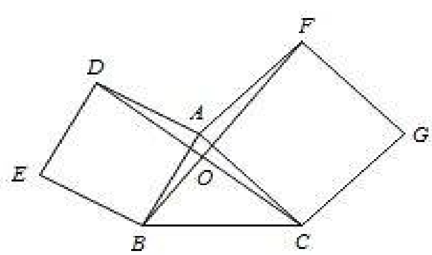


基本结论：**角生角**，60°→60°；90°→90°

角平分，第三边所在直线的夹角或其邻补角，被它们交点和公共顶点的连线平分。

基本方法：手拉手，导角找“8”字

手拉手起源于“A”字，本质：**旋转全等**

模型	已知	如图	结论
三角形手拉手	等边三角形 ABC 与等边三角形 CDE，点 B、C、E 三点共线，连接 AE，BD 相交于点 P，AE 与 CD 相交于点 M，BD 与 AC 相交于点 N		①$\triangle BCD \cong \triangle ACE$ ②$BD=AE$ ③ $\angle APB=60°$ ④CP 平分 $\angle BPE$ ⑤$\triangle CMN$ 为等边三角形 ⑥$PB=PA+PC$ ⑦$PE=PD+PC$
	等腰三角形 ABC 与等腰三角形 ADE，且 $\angle BAC=\angle DAE$，连接 BD，CE		①$\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ②$BD=CE$ ③BD 与 CE 的夹角等于 $\angle BAC$ 或和 $\angle BAC$ 互补
	$\triangle ABC$ 中，以 AB 为边作等边三角形 ADB，以 AC 为边作等边三角形 ACE，连接 DC、BE，相交于点 O		①$\triangle ADC \cong \triangle ABE$ ②$DC=BE$ ③ $\angle DOB=60°$
正方形手拉手	$\triangle ABC$ 中，以 AB 为边作正方形 $ABED$，以 AC 为边作正方形 $ACGF$，连接 DC、BF，相交于点 O		①$\triangle ADC \cong \triangle ABF$ ②$CD=BF$ ③ $\angle DOB=90°$

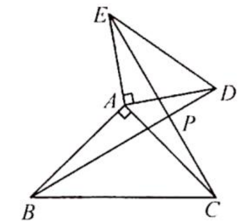
【典例讲练】

【例 1】 如图，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle DAE=90^{\circ}$，连接 BD，CE 交于点 P.

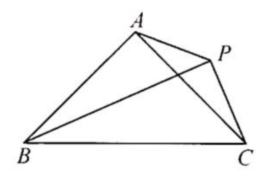
(1)求证：$\triangle ABD\cong\triangle ACE$；

(2)判断 BD，CE 的关系并证明；

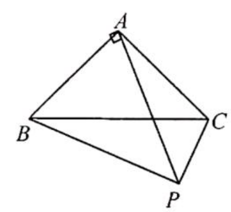
(3)连接 PA，求 $\angle APB$ 的度数.



【例 2】 如图，等腰 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，P 为 $\triangle ABC$ 外一点，$\angle APB=45^{\circ}$，连接 PC. 求 $\angle APC$ 的度数.



1. 在例 2 的条件下，将点 P 移至 BC 的下方，$\angle APB=45^{\circ}$不变，求$\angle APC$ 的度数.



(2)如图 2，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle ADB=\angle BAC=60^\circ$，求$\angle ADC$ 的度数；

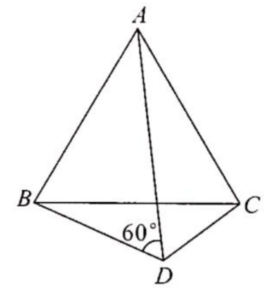


图 2

(3)如图 3，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，$\angle ADB=30^\circ$，求$\angle ADC$ 的度数；

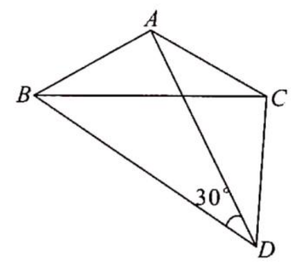


图 3

(4)如图 4，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle ADB=\angle ABC=\angle ACB$，求证：$AD$ 平分$\angle BDC$.

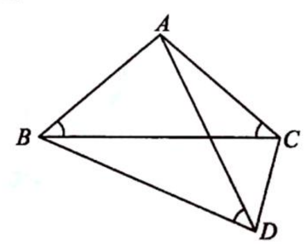
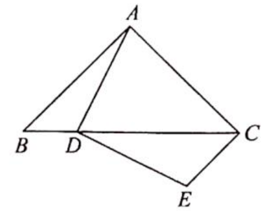


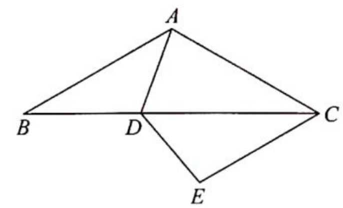
图 4

1. 如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 为 BC 上一点，$AD=DE$，$\angle ADE=\angle BAC=\alpha$.

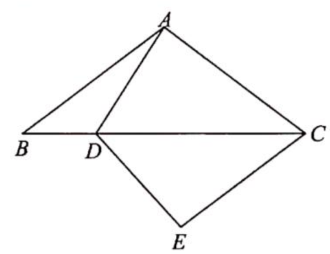
(1)如图 1，若 $\alpha=90^\circ$，求$\angle DCE$ 的度数；



(2)如图 2，若 $\alpha=120^\circ$，求$\angle DCE$ 的度数；



(3)如图 3，点 E 在直线 BC 的下方，$\angle DCE$ 与$\angle ACB$ 是否存在某种确定的数量关系？试说明理由.



2. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-2,0)$，$B(0,-2\sqrt{3})$，$\angle ABO=30^\circ$，$R(-6,0)$，点 P 为线段 BR 上一动点，以 AP 为边作等腰$\triangle APQ$，$PA=PQ$，且$\angle APQ=\angle RAB$，连接 AQ，当点 P 运动时，$\triangle ABQ$ 的面积是否变化？若不变，求其值；若变化，求其变化范围.