

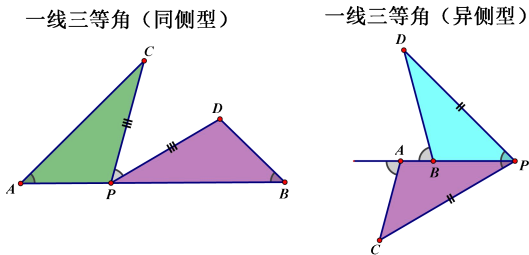


一线三等角模型及应用

【知识导航】

“一线三等角”在初中几何中出现得比较多，是一种常见的全等或相似模型，指的是有三个等角的顶点在同一条直线上构成全等或相似图形.这三个等角可以是直角也可以是锐角或钝角，可以在直线的同侧，也可以是在直线的异侧.

一、“一线三等角”的基本构图：



基本结论： $\triangle APC \cong \triangle BDP$

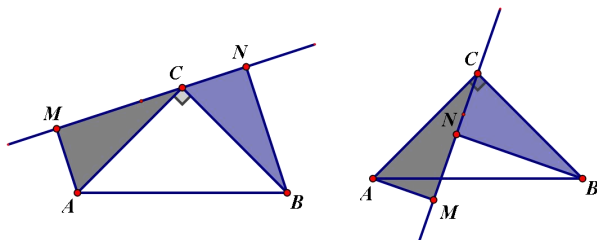
基本方法：

导角 1，“一线”，平角 180°

导角 2，“内角和”或推论

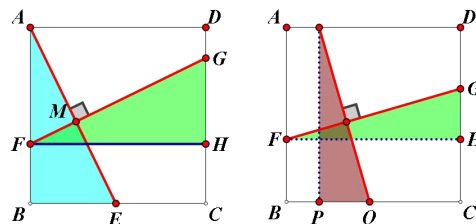
判定定理：AAS 或 ASA

二、“一线三等角”——“三垂直”+“十字架”



基本结论： $\triangle ACM \cong \triangle CBN$

$MN = AM + BN$ (左) ; $MN = BN - AM$ (右)



$\triangle ABE \cong \triangle FHG$

基本方法：作“横平竖直”辅助线，构造全等

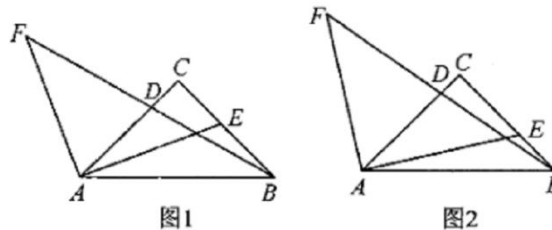
【典例讲练】

例题 1、如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，E 为 BC 上一点，连接 AE，作 $AF \perp AE$ 且 $AF = AE$ ，BF 交 AC 于点 D.

(1) 如图 1，求证：点 D 为 BF 中点；

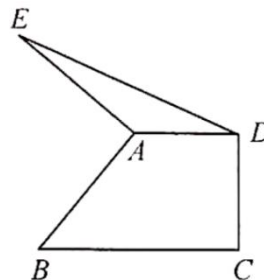
(2) 如图 1，求证： $BE = 2CD$ ；

(3) 如图 2，若 $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$ ，则 $\frac{AD}{CD} =$ _____.





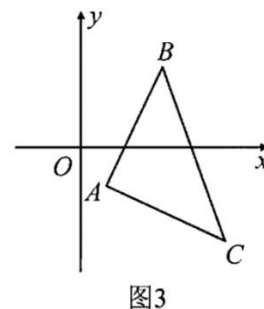
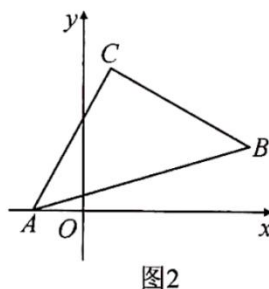
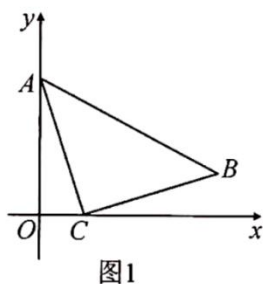
例题 2、如图，在四边形 ABCD 中， $\angle ADC = \angle C = 90^\circ$ ， $BC = 7$ ， $AD = 4$ ，过点 A 作 $AE \perp AB$ ，垂足为 A，且 $AE = AB$ ，连接 DE。求 $\triangle ADE$ 的面积。



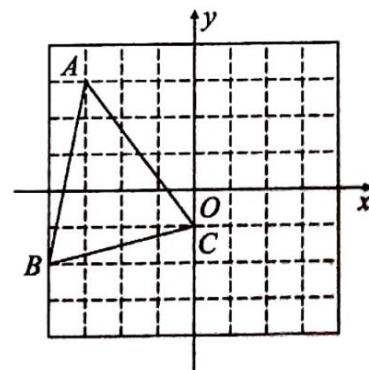
例题 3、(1) 如图 1， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $AC = BC$ ， $AC \perp BC$ ， $A(0, 3)$ ， $C(1, 0)$ ，求点 B 的坐标。

(2) 如图 2， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $AC = BC$ ， $AC \perp BC$ ， $A(-1, 0)$ ， $C(1, 3)$ ，求点 B 的坐标。

(3) 如图 3， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $AC = AB$ ， $AC \perp AB$ ， $B(2, 2)$ ， $C(4, -2)$ ，求点 A 的坐标。



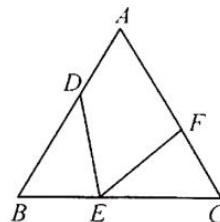
例题 4、如图，在带有平面直角坐标系的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点上。请用无刻度的直尺，运用全等的知识作出 $\triangle ABC$ 的高线 BF（保留作图痕迹并说明理由）。



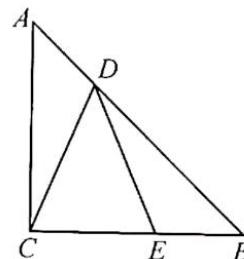


【随堂训练】

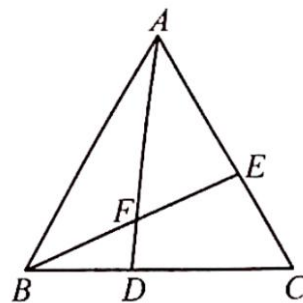
1、如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，D, E, F 分别 AB, BC, AC 上的点， $\angle DEF=60^\circ$ ， $BD=CE$. 求证：BE=CF.



2、如图，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D, E 分别为 AB, BC 上的点，且 $CD=DE$ ， $\angle CDE=45^\circ$ ，求证：BD=BC.

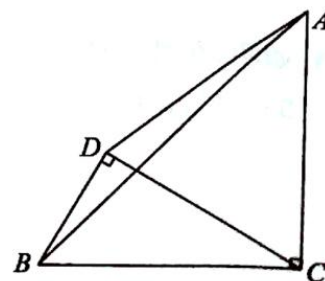


3、如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，D, E 分别是 BC, AC 上的点，BE, AD 交于点 F， $\angle AFE=60^\circ$ ，求证：AD=BE.



4、如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD=4$ ， $\angle BDC=90^\circ$ ，求 $\triangle ADC$ 的面积.

【解析】 过 A 作 CD 的垂线段，构造三垂直，答案：8





【课后作业】

1.如图 1，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$ ，相邻两条平行线间的距离都是 1，如果正方形 ABCD 的四个顶点分别在四条直线上，则这个正方形的边长为_____.

2.如图 2，点 A, B, C, D, E 都在同一条直线上，四边形 X, Y, Z 都是正方形，若该图形总面积为 m，正方形 Y 的面积是 n，则图中阴影部分的面积是_____.

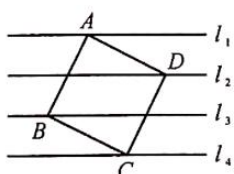


图 1

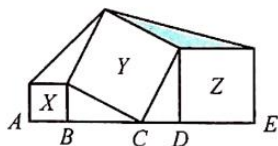


图 2

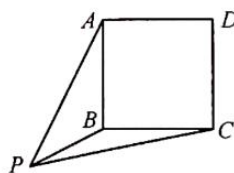


图 3

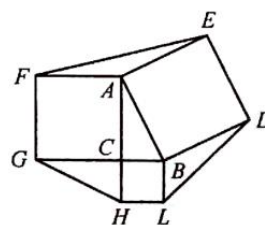


图 4

3.如图 3，P 是正方形 ABCD 外一点，PB=10cm， $\triangle APB$ 的面积是 60cm^2 ， $\triangle CPB$ 的面积是 30cm^2 ，则正方形 ABCD 的面积是_____.

4.如图 4，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=a$ ， $AC=b$ ，以其各边为边向外作正方形，得到一个六边形 DEFGHL，求这个六边形的面积.