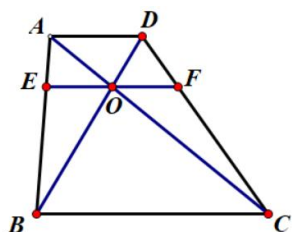




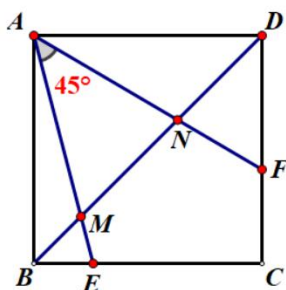
## 27.2 相似三角形 典例汇编（1）

1、如图，四边形 ABCD 中，AD//BC，AC、BD 交于点 O，过点 O 作 EF 分别交 AB、CD 于 E、F，且 EF//BC，求证：OE=OF



2、如图，正方形 ABCD， $\angle EAF=45^\circ$ ，AE、AF 分别交 BC、CD 于 E、F，交 BD 于 M、N，求证：

$$AE = \sqrt{2} \cdot AN$$

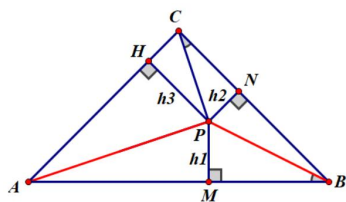


3、如图，在 Rt $\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，P 为  $\triangle ABC$  内部一点，且  $\angle APB=\angle BPC=135^\circ$ 。

(1) 求证： $\triangle PAB \sim \triangle PBC$ ;

(2) 求证： $PA=2PC$ ;

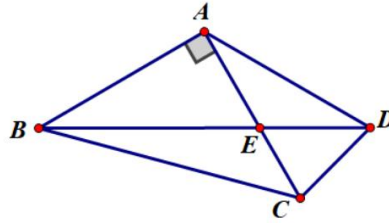
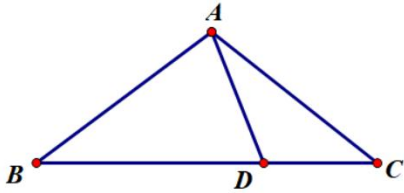
(3) 若点 P 到三角形的边 AB、BC、CA 的距离分别为  $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ ，求证： $h_1^2 = h_2 \cdot h_3$



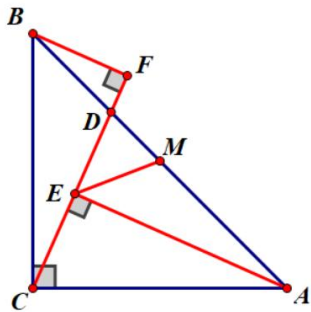


4、(1) 如图 1，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在线段  $BC$  上， $\angle BAD=75^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $AD=2$ ， $BD=2DC$ ，求  $AC$  的长。

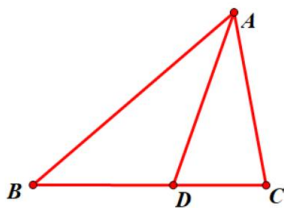
(2) 如图 2，在四边形  $ABCD$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $\angle ADC=75^\circ$ ， $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ ， $AE=2$ ， $BE=2ED$ ，求  $BC$  的长。



5、如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $CA=CB$ ， $M$  是  $AB$  的中点，点  $D$  在  $BM$  上， $AE \perp CD$ ， $BF \perp CD$ ，垂足分别为  $E$ 、 $F$ ，连接  $EM$ 。求证： $CF \cdot DM = BM \cdot DE$

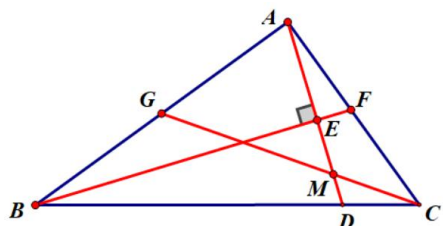


6、如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=60^\circ$ ， $AD$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于  $D$  点，求  $\frac{AD}{AB} + \frac{AD}{AC}$  的值

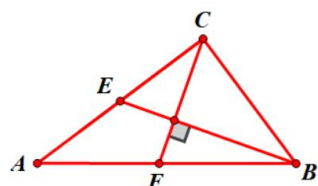




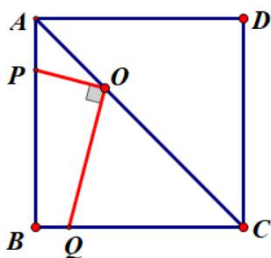
7、已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ，点  $D$  在  $BC$  上， $BD=4DC$ ， $BF \perp AD$  交  $AD$  于  $E$ ，交  $AC$  于  $F$ ，点  $G$  为  $AB$  的中点， $CG$  交  $AD$  于  $M$ ， $AF \cdot AC=4$ ，求  $AB$  的长。



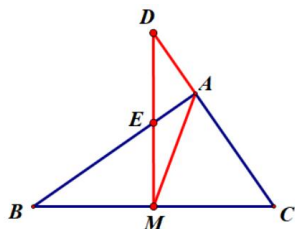
8、如图，在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $AC \perp BC$ ， $\frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$ ，点  $E$  在  $AC$  上，且  $CE=AE$ ， $CF \perp BE$  交  $AB$  于点  $F$ ，求  $\frac{AF}{BF}$  的值。



9、如图，四边形  $ABCD$  为正方形，直角  $\angle POQ$  的顶点在正方形对角线  $AC$  上，直角的两边分别交  $AB$ 、 $BC$  于  $P$ 、 $Q$  两点， $OC=2 \cdot OA$ ，求  $\frac{OP}{OQ}$  的值

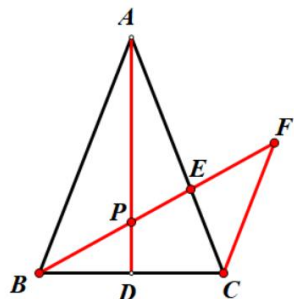


10、如图， $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $M$  为  $BC$  的中点， $DM \perp BC$  交  $CA$  的延长线于  $D$ ，交  $AB$  于  $E$ ，求证： $AM^2 = MD \cdot ME$

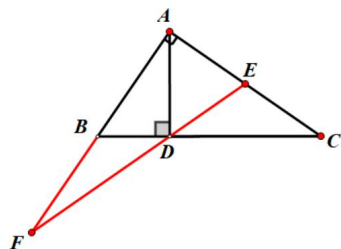




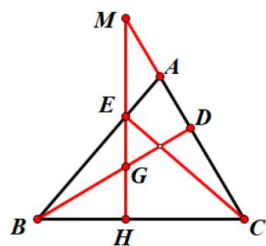
11、如图， $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $AD$  是中线， $P$  是  $AD$  上一点，过  $C$  作  $CF \parallel AB$ ，延长  $BP$  交  $AC$  于  $E$ ，交  $CF$  于  $F$ ，求证： $BP^2 = PE \cdot PF$



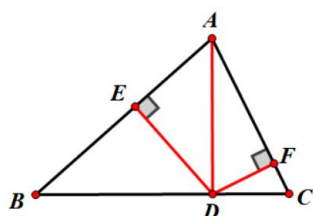
12、如图，在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle BAC=90^\circ$ ， $AD \perp BC$  于  $D$ ， $E$  为直角边  $AC$  的中点，过  $D$ 、 $E$  作直线交  $AB$  的延长线于  $F$ ，求证： $AB \cdot AF=AC \cdot DF$



13、如图， $\triangle ABC$  中， $BD$ 、 $CE$  是高， $EH \perp BC$  于  $H$ ，交  $BD$  于  $G$ ，交  $CA$  的延长线于  $M$ ，求证： $HE^2 = HG \cdot MH$



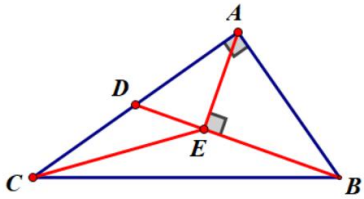
14、如图，在  $\triangle ABC$  中， $AD \perp BC$  于  $D$ ， $DE \perp AB$  于  $E$ ， $DF \perp AC$  于  $F$ ，求证： $\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB}$





15、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ，D为AC的中点， $AE \perp BD$ ，E为垂足，

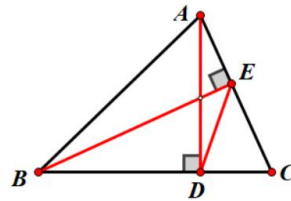
求证： $\angle CBD = \angle ECD$



16、如图，AD、BE是 $\triangle ABC$ 的两条高

(1) 求证： $CE \cdot CA = CD \cdot CB$

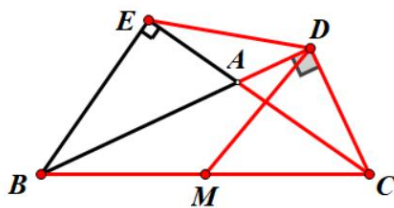
(2) 若 $EC=5$ ， $BC=13$ ，求 $\frac{DE}{AB}$ 的值



17、如图，BE、CD是 $\triangle ABC$ 的高，连DE

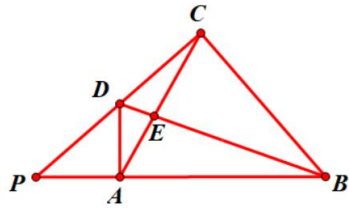
(1) 求证： $AE \cdot AC = AB \cdot AD$

(2) 若 $\angle BAC=120^\circ$ ，点M为BC的中点，求证： $DE=DM$

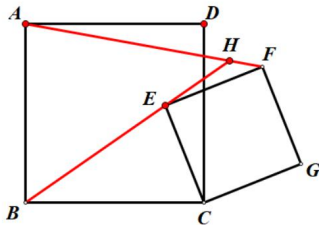




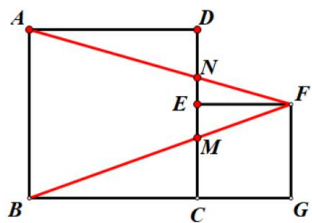
18、如图，在 $\triangle PBC$ 中， $\angle PCB=90^\circ$ ，D为PC上一点， $DA \perp PB$ 于A点，连AC、BD相交于E点，  
求证：（1） $\triangle PAD \sim \triangle PCB$ ；（2） $\angle PCA = \angle PBD$ ；（3） $\triangle ADE \sim \triangle BCE$



19、如图，正方形 ABCD 和正方形 CEFG，延长 BE 交 AF 于 H 点，求 $\angle AHB$ 的大小



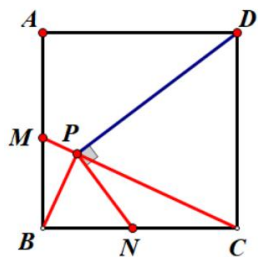
20、如图，正方形 ABCD，E 在 CD 上，以 CE 为边向外作正方形 CEFG，连 AF、BF 分别交 CD 于 N、M，求证：MN=CM





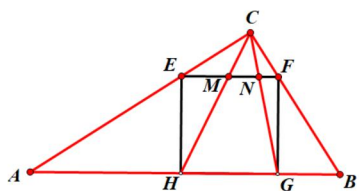
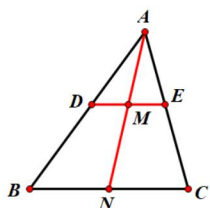
## 27.2 相似三角形 典例汇编（2）

21、如图，M 为正方形 ABCD 边 AB 上一点，BP ⊥ CM 于 P 点，PN ⊥ PD 交 BC 于 N，求证：BM=BN



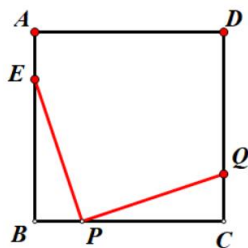
22、【模型证明】如图，DE // BC. (1) 若 DM=EM，求证：BN=NC； (2) 求证： $\frac{DM}{ME} = \frac{BN}{CN}$

【模型运用】如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，正方形 EFGH 的四个顶点分别在三边上，连 CH、CG 交 EF 于 M、N。求证：EM · FN=MN<sup>2</sup>



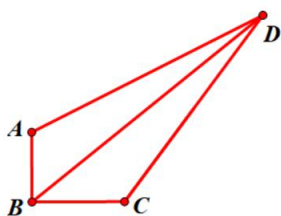
23、如图，正方形 ABCD 中，AB=12，点 E 在 AB 上， $AE = \frac{1}{4} AB$ ，点 P 在 BC 上运动（不与 B、C 重合），过点 P 作 PQ ⊥ EP，交 CD 于点 Q

- (1) 若 PB=3，求 CQ 的长
- (2) 求 CQ 的最大值





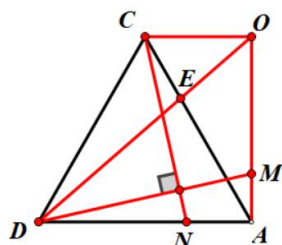
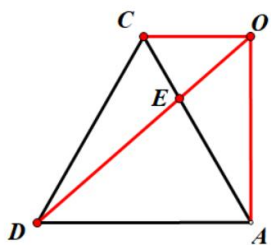
24、如图，在四边形 ABCD 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ， $CD=10$ ， $DA=5\sqrt{5}$ ，求 BD 的长



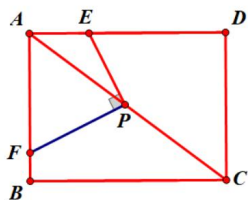
25、如图，Rt $\triangle AOC$  中， $AO \perp OC$ ， $\angle CAO=30^\circ$ 。

(1)  $\triangle ADC$  为等边三角形，连 OD，交 AC 于 E，求  $\frac{OE}{OD}$

(2) 在 (1) 的条件下， $CN \perp DM$  交 AD 于 N 点，交 AO 于 M 点，求  $\frac{CN}{DM}$  的值



26、如图，矩形 ABCD 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ，点 P 为对角线 AC 上一动点， $PE \perp PF$  分别交 AD、AB 于 E、F，求  $\frac{PE}{PF}$  的值





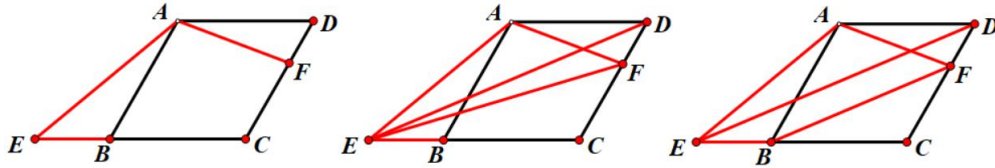


27、如图，菱形 ABCD 中， $\angle ABC=60^\circ$ ，E 是射线 CB 上一点，F 是 CD 上一点，且  $\angle EAF=120^\circ$

(1) 如图 1，求证： $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{CF}$ ；

(2) 如图 2，若  $\triangle CEF$  的面积为  $2\sqrt{3}$ ，求 AB 的长；

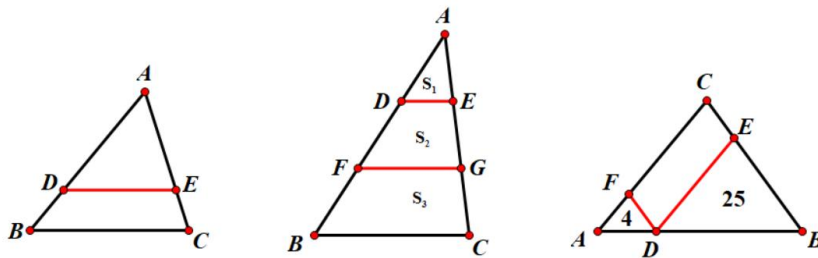
(3) 如图 3，求证：BF // DE



28、(1) 如图 1，已知  $DE \parallel BC$ ，DE 平分  $\triangle ABC$  的面积，直接写出  $AD:BD=$  \_\_\_\_\_ .

(2) 如图，已知  $DE \parallel FG \parallel BC$ ，点 D、F 是线段 AB 的三等分点，记  $\triangle ADE$ 、四边形 DFGE 和四边形 FBCG 的面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，求  $S_1: S_2: S_3$  的比值；

(3) 如图 3，已知 D、E、F 分别位于  $\triangle ABC$  的三边上，且四边形 CEDF 为平行四边形， $\triangle ADF$  和  $\triangle BDE$  的面积分别为 4 和 25，求四边形 CEDF 的面积

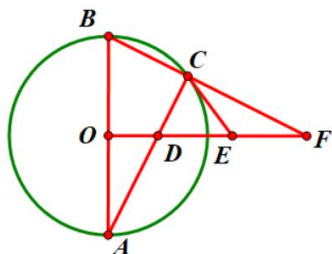




29、如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  为直径，作  $OD \perp AB$  交  $AC$  于点  $D$ ，延长  $BC$ ， $OD$  交于点  $F$ ，过点  $C$  作  $\odot O$  的切线  $CE$ ，交  $OF$  于点  $E$

(1) 求证： $EC=ED$

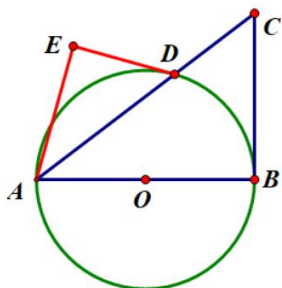
(2) 若  $OA=4$ ， $EF=3$ ，求  $AC$  的长



30、（2020·武汉）如图在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC=90^\circ$ ，以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $AC$  于点  $D$ ， $AE$  与过点  $D$  的切线互相垂直，垂足为  $E$

(1) 求证： $AD$  平分  $\angle BAE$ ；

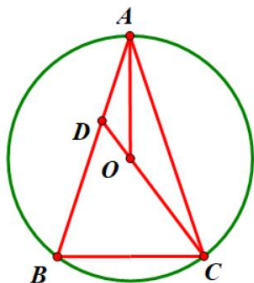
(2) 若  $CD=DE$ ，求  $\sin \angle BAC$  的值



31、如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB=AC$ ， $CO$  的延长线交  $AB$  于  $D$

(1) 求证： $AO \perp BC$

(2) 若  $BC=6$ ， $AB=3\sqrt{10}$ ，求  $\frac{AD}{BD}$  的值

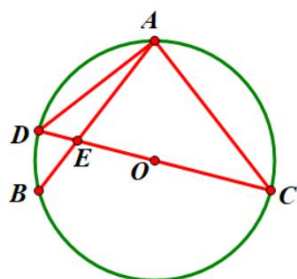




32、如图，CD为⊙O的直径，AB、AC为弦，且 $\angle ADC = \angle DAB + \angle ACD$ ，AB交CD于E

(1) 求证：AB=AC

(2) 若DE=2，CE=10，求AC的长

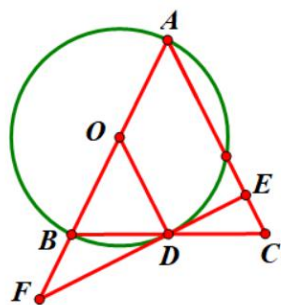


33、在矩形ABCD中，AB=6，BC=8，点O在对角线AC上，⊙O的半径为2，如果⊙O与矩形ABCD各边都没有公共点，那么线段AO长的取值范围是\_\_\_\_\_。

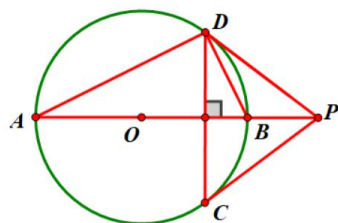
34、如图，在△ABC中，AB=AC，以AB为直径作⊙O交BC于点D，过点D作⊙O的切线DE交AC于点E，交AB的延长线于点F

(1) 求证：DE⊥AC；

(2) 若AB=10，AE=8，求DF的长



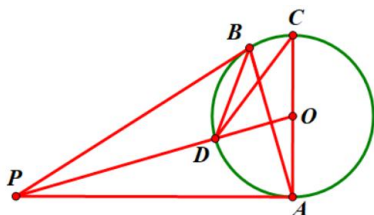
35、如图，⊙O的直径AB垂直于弦CD，过点C的切线与直径AB的延长线相交于点P，连接PD，若PD=4， $\tan \angle CDB = \frac{1}{2}$ ，求直径AB的长





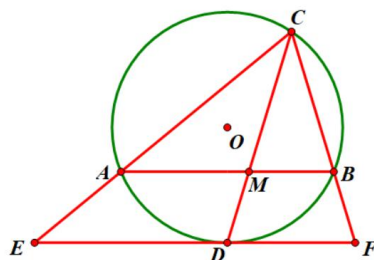
36、如图，AC 为⊙O 的直径，PA、PB 为⊙O 的切线，A、B 为切点，PO 交⊙O 于点 D

- (1) 求证：点 D 为△PAB 的内心  
 (2) 若  $\sin \angle CDB = \frac{7}{25}$ ，求  $\cos \angle PBD$  的大小



37、如图，⊙O 为△ABC 的外接圆，CD 平分∠ACB，交⊙O 于 D，过 D 作 EF∥AB，交 CA，CB 的延长线于 E，F，CD 交 AB 于点 M

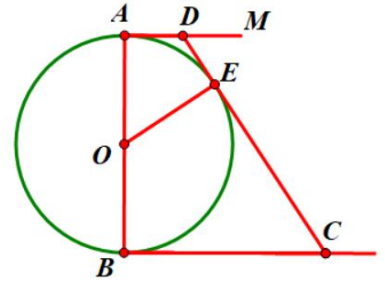
- (1) 求证：EF 为⊙O 的切线  
 (2) 若  $DM \cdot DC = 9$ ， $\tan \angle ACB = \frac{12}{5}$ ，求⊙O 的半径



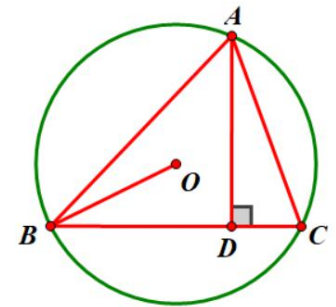


微专题——比例式含系数问题

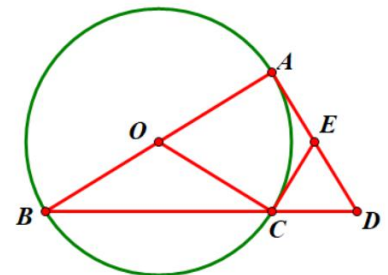
1、如图，AB 是⊙O 的直径，AM 和 BN 是⊙O 的两条切线，DC 与⊙O 相切于点 E，分别交 AM、BN 于 D、C 两点，求证： $AB^2=4AD \cdot BC$



2、如图，△ABC 内接于⊙O，AD 是△ABC 的高，连接 OB. 求证： $AB \cdot AC=2AD \cdot OB$



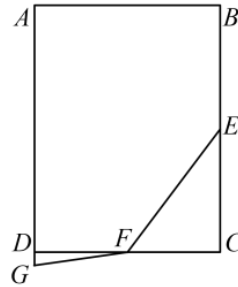
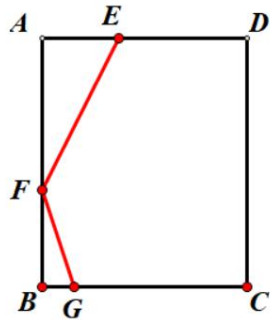
3、如图，AB 是⊙O 的直径，BC 为⊙O 的弦，过点 A 作⊙O 的切线交 BC 的延长线于点 D，过点 C 作⊙O 切线交 AD 于点 E. 求证： $BD \cdot CD=4CE^2$





4、（2021 洪山区 3 月月考）如图，矩形 ABCD 中，E、F、G 分别为边 AD、AB、BC 上的点，且

$AF=4$ ， $BF=3$ ， $\frac{EG}{GF} = \frac{5}{3}$ ， $\angle EFG=135^\circ$ ，求线段 AE 的长



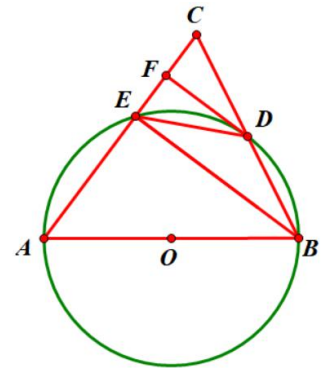
5、如右图，矩形 ABCD 的长  $AB=6$ ，宽  $AD=8$ ，点 E、F 分别为 BC、CD 的中点，点 G 在线段 AD 的延长线上，且  $\angle GFE=135^\circ$ ，则线段 GF 的长度为\_\_\_\_\_。

6、（2021 洪山区 3 月月考）如图在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的  $\odot O$  与边 BC 交于点 D，与边 AC 交于点 E，过 D 作  $DF \perp AC$  于点 F

（1）求证：DF 为  $\odot O$  的切线

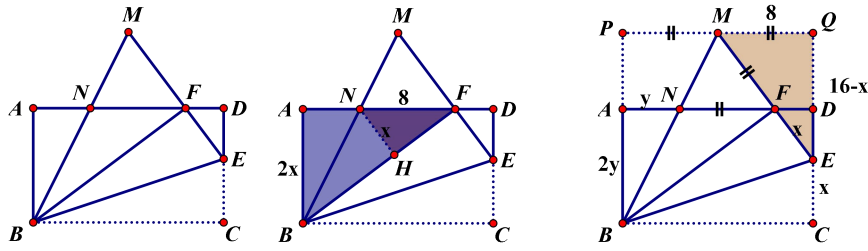
（2）若  $DE=\sqrt{5}$ ， $AB=5$ ，求 AE 的长

（用 2 种方法求解：①反 A 相似 ②等积法+勾股定理）





7、如图，在矩形 ABCD 中，BC=16，E 为 CD 上一点，将  $\triangle BCE$  沿 BE 折叠，使点 C 正好落在 AD 边上的 F 处，作  $\angle ABF$  的平分线交 AD 于 N，交 EF 于 M，若  $NF = \frac{1}{2} BC$ ，则 AB 的长为\_\_\_\_\_.

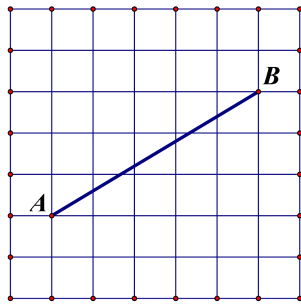


答案：9.6

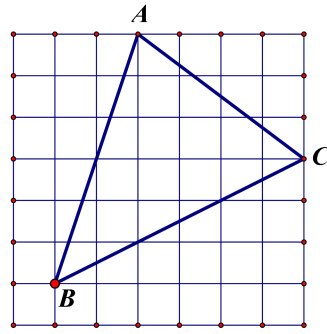


基本作图——作线段的分点

1、如图，A、B 均是小正方形的顶点，用无刻度直尺画图：在 AC 上画点 C，使  $AC:CB=2:5$



第 1 题图



第 2 题图

2、如图，A、B、C 均是小正方形的顶点，用无刻度直尺画图：在 AB 上画点 D，使  $AD:DB=2:3$ ，并过 D 点作 BC 的平行线，交 AC 于 E