



27.3 位似

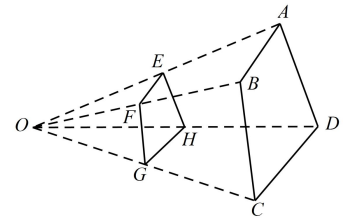
【学习任务】

了解图形的位似，能利用位似将一个图形放大或缩小，会建立坐标系描述点的位置。

【知识梳理】

两个多边形不仅相似，而且对应顶点的连线相交于一点，对应边互相平行(或在同一直线上)，像这样的两个图形叫做**位似图形** (homothetic figures)，这个点叫做**位似中心**。这时的相似比又称**位似比**。

例题 1. 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 位似，位似中心是 O ， $\frac{OE}{OA} = \frac{3}{5}$ ，则 $\frac{FG}{BC} =$ _____。

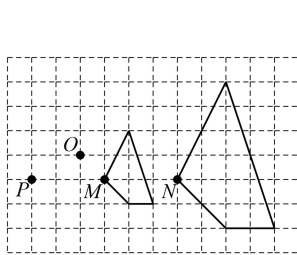


位似图形必须满足三个条件：

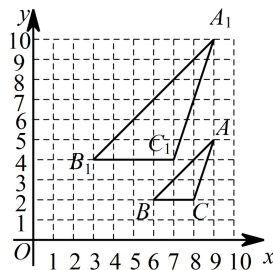
- ①两个图形是相似图形；
- ②两个相似图形，每组对应点所在的直线都经过同一个点；
- ③对应边互相平行（或在同一直线上）。

例题 2. 图中两个四边形是位似图形，它们的位似中心是 ()

- A. 点 M B. 点 P C. 点 O D. 点 N



例题 2 图



例题 3 图

例题 3. 如图，已知图中的每个小方格都是边长为 1 的小正方形，每个小正方形的顶点称为格点。若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是位似图形，且顶点都在格点上，在图中找出位似中心，并写出坐标。



位似多边形的性质

位似多边形的对应边的比相等，这个比称为位似比；

位似图形上任意一对对应点到位似中心的距离之比等于位似比。

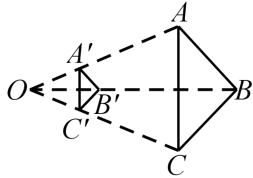
例题 4. 如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$ 。已知 $OB = 3OB'$ ，则 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为（ ）

A. 1 : 3

B. 1 : 4

C. 1 : 8

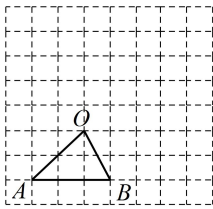
D. 1 : 9



利用位似变换作图

- ① 确定位似中心；
- ② 分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；
- ③ 根据相似比，确定代表所作的位似图形的关键点；
- ④ 顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形。

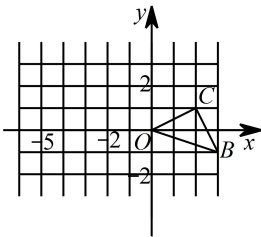
例题 5. 如图，在 8×8 的网格中，每个小正方形的顶点叫做格点， $\triangle OAB$ 的顶点都在格点上，请在网格中画出 $\triangle OAB$ 的一个位似图形，使两个图形以 O 为位似中心，且所画图形与 $\triangle OAB$ 的位似比为 $2:1$ 。



例题 6. 如图，已知 O 是坐标原点， B, C 两点的坐标分别为 $(3, -1), (2, 1)$ 。

(1) 以 O 点为位似中心在 y 轴的左侧将 $\triangle OBC$ 放大到两倍， B, C 两点的对应点为 B', C' 画出图形；

(2) 请直接写出 $\triangle OB'C'$ 的面积。



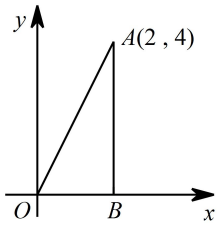


根据位似中心与图形位置关系，画位似图形的方法可以分为五种：

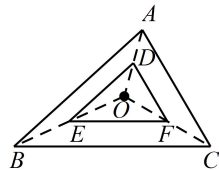
- ① 位似中心在图形的一侧；
- ② 两个图形分居在位似中心的两侧；
- ③ 位似中心在两个图形的内部；
- ④ 位似中心在两个图形的一条公共边上；
- ⑤ 位似中心在两图形的公共顶点处。

例题 7. 如图，在平面直角坐标系中， $A(2,4)$ ， $B(2,0)$ ，将 $\triangle OAB$ 以 O 为位似中心缩小一半，则 A 对应的点的坐标 ()

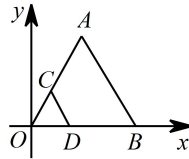
- A. $(1,2)$
- B. $(-1,-2)$
- C. $(1,2)$ 或 $(-1,-2)$
- D. $(2,1)$ 或 $(-2,-1)$



例题 7 图



例题 8 图



例题 9 图

例题 8. 如图， $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 经过位似变换得到的，点 O 是位似中心， D ， E ， F 分别是 OA ， OB ， OC 的中点，则 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比是 ()

- A. $1:2$
- B. $1:4$
- C. $1:5$
- D. $1:6$

例题 9. 如图，线段 CD 两个端点的坐标分别为 $C(1,2)$ ， $D(2,0)$ ，以原点为位似中心，将线段 CD 放大得到线段 AB ，若点 B 坐标为 $(5,0)$ ，则点 A 的坐标为 ()

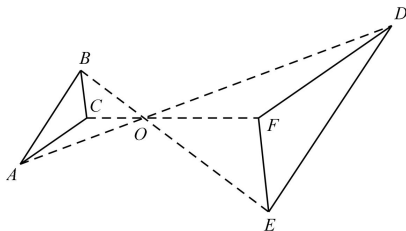
- A. $(2,5)$
- B. $(2.5,5)$
- C. $(3,5)$
- D. $(3,6)$

【同步讲练】

一、选择题

1. 如图 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，位似比是 $1:2$ ，已知 $DE = 4$ ，则 AB 的长是 ()

- A. 2
- B. 4
- C. 8
- D. 1





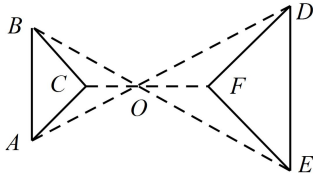
2. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，位似比为 $2:3$ ，已知 $AB = 4$ ，则 DE 的长等于 ()

A. 6

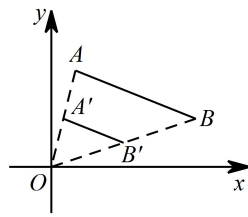
B. 5

C. 9

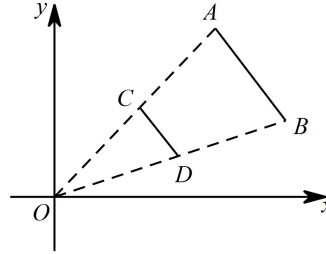
D. $\frac{8}{3}$



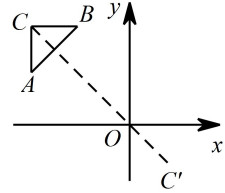
第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图



第 5 题图

3. 如图，线段 AB 的两个端点坐标分别为 $A(1,4)$ ， $B(6,2)$ ，以原点 O 为位似中心，将线段 AB 缩小后得到线段 $A'B'$ 。若 $AB = 2A'B'$ ，则端点 B' 的坐标为 ()

A. (2,2)

B. (3,2)

C. (2,1)

D. (3,1)

4. 如图，线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(6,6)$ ， $B(8,2)$ ，以原点 O 为位似中心，在第一象限内将线段 AB 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 后得到线段 CD ，则端点 C 的坐标为 ()

A. (3,3)

B. (4,3)

C. (3,1)

D. (4,1)

5. 如图， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-4,2)$ ， $B(-2,4)$ ， $C(-4,4)$ ，原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle A'B'C'$ ，若点 C 的对应点 C' 的坐标为 $(2,-2)$ ，则点 A 的对应点 A' 坐标为 ()

A. (2,-3)

B. (2,-1)

C. (3,-2)

D. (1,-2)

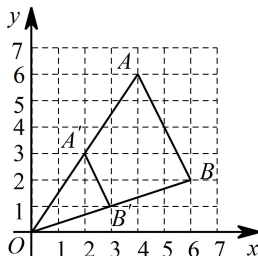
6. 如图， $\triangle ABO$ 缩小后变为 $\triangle A'B'O$ ，其中 A ， B 的对应点分别为 A' ， B' ，点 A ， B ， A' ， B' 均在图中格点上，若线段 AB 上有一点 $P(m,n)$ ，则点 P 在 $A'B'$ 上的对应点 P' 的坐标为 ()

A. $(\frac{m}{2}, n)$

B. (m, n)

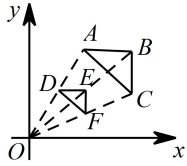
C. $(m, \frac{n}{2})$

D. $(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})$



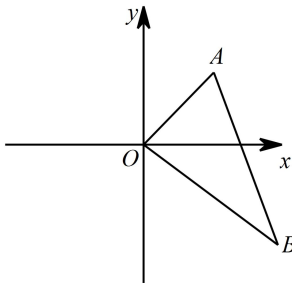


7. 如图， $\triangle ABC$ 中， $A(2,4)$ 以原点为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小后得到 $\triangle DEF$ ，若 $D(1,2)$ ， $\triangle DEF$ 的面积为 4，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

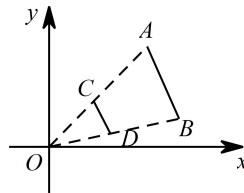


二、填空题

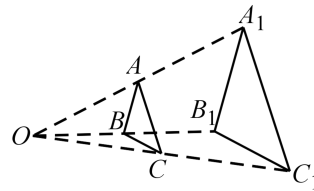
8. 在平面直角坐标系中，点 $A(2,3)$ ， $B(5,-2)$ ，以原点 O 为位似中心，位似比为 $1:2$ ，把 $\triangle ABO$ 缩小，则点 B 的对应点 B' 的坐标是_____.



第 8 题图



第 9 题图



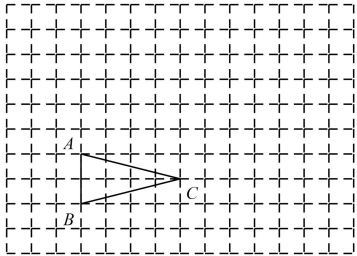
第 12 题图

9. 如图，线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(6,6)$ ， $B(8,2)$ 。以原点 O 为位似中心，在第一象限内将线段 AB 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 后得到线段 CD ，则端点 C 的坐标为_____.
10. 已知点 $A(-2,4)$ ， $B(-4,2)$ ，以点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{2}$ ，在第二象限内把线段 AB 缩小，则点 A 的对应点坐标为_____，点 B 的对应点坐标为_____.
11. 将反比例函数的 $y = \frac{1}{x}$ 的图象以原点为位似中心，按相似比 $2:1$ 放大得到的函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象，则 k 的值为_____.
12. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 为位似图形，点 O 是它们的位似中心，位似比是 $1:2$ ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 3，那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积是_____.

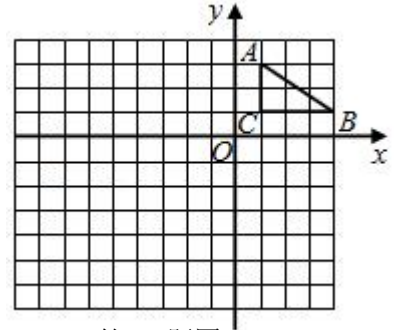


13. 如图， $\triangle ABC$ 在方格纸（小正方形的边长均为 1）中。

- (1) 请在方格纸上建立平面直角坐标系，使 $A(3,4)$ ， $C(7,3)$ ，并求出点 B 的坐标；
- (2) 以原点 O 为位似中心，位似比为 2，在第一象限内将 $\triangle ABC$ 放大，画出放大后的位似图形 $\triangle A'B'C'$ ；
- (3) 计算 $\triangle A'B'C'$ 的面积 S 。



第 13 题图



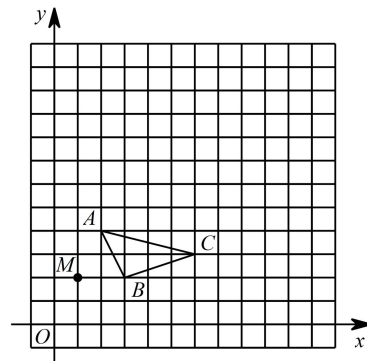
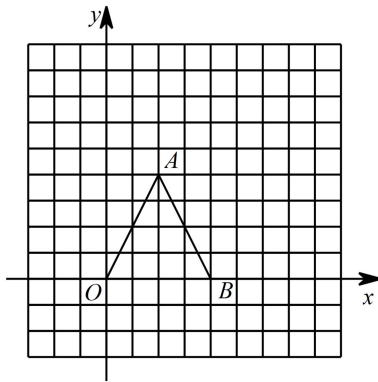
第 14 题图

14. 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(1,3)$ ， $B(4,1)$ ， $C(1,1)$ 。

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴成轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 以点 O 为位似中心，位似比为 1:2 的 $\triangle A_2B_2C_2$ 。

15. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(2,4)$ ， $B(4,0)$ ，分别将点 A 、 B 的横坐标、纵坐标都乘以 1.5，得相应的点 A' 、 B' 的坐标。

- (1) 画出 $OA'B'$ ；
- (2) $\triangle OA'B'$ 与 $\triangle AOB$ _____ 位似图形：（填“是”或“不是”）
- (3) 若线段 AB 上有一点 $D(x_0, y_0)$ ，按上述变换后对应的 $A'B'$ 上点的坐标是_____。



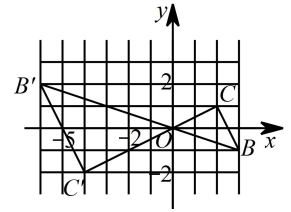
16. 如图，在 13×13 的网格图中，已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(2,4)$ ， $B(3,2)$ ， $C(6,3)$ 。

- (1) 以点 $M(1,2)$ 为位似中心，在第一象限把 $\triangle ABC$ 按相似比 2:1 放大，得 $\triangle A'B'C'$ ，画出 $\triangle ABC$ 的位似图形；
- (2) 写出 $\triangle A'B'C'$ 的各顶点坐标。



27.3 位似 答案

例题 1. $\frac{3}{5}$ 2. B 3. (9, 0) 4. D 5. 略.



6. (1) 所求图形如图所示；

(2) 10

7. C 8. B 9. B

习题：1. A 2. A 3. D 4. A 5. B 6. D 7. D

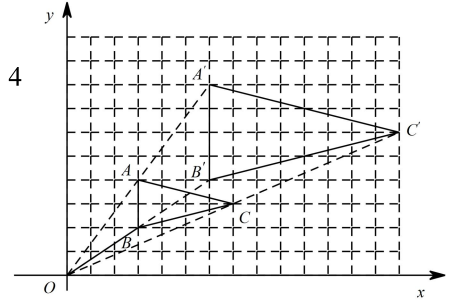
8. $(\frac{5}{2}, -1)$ 或 $(-\frac{5}{2}, 1)$ 9. (3, 3) 10. (-1, 2), (-2, 1) 11. 4

12. 12

13. (1) 建立平面直角坐标系如图. B 点坐标为 (3, 2).

(2) 如图所示.

(3) $\triangle A'B'C'$ 的面积 S 为: $\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$.



14. (1) 由题意知: $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(1, 3)$, $B(4, 1)$, $C(1, 1)$,

则 $\triangle ABC$ 关于 x 轴成轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 的坐标为 $A_1(1, -3)$, $B_1(4, -1)$, $C_1(1, -1)$,

连接 A_1C_1 , A_1B_1 , B_1C_1 , 得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

如图所示 $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求;

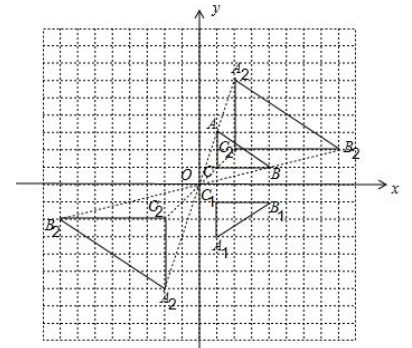
(2) 由题意知: 位似中心是原点,

则分两种情况: 第一种, $\triangle A_2B_2C_2$ 和 $\triangle ABC$ 在同一侧则 $A_2(2, 6)$,

$B_2(8, 2)$, $C_2(2, 2)$, 连接各点, 得 $\triangle A_2B_2C_2$. 第二种, $\triangle A_2B_2C_2$ 在

$\triangle ABC$ 的对侧 $A_2(-2, -6)$, $B_2(-8, -2)$, $C_2(-2, -2)$, 连接各点, 得

$\triangle A_2B_2C_2$. 综上所述: 如图所示 $\triangle A_2B_2C_2$ 为所求.



15. (1) 如图,

(2) 是

(3) $(1.5x_0, 1.5y_0)$

16. (1) 如图所示,

(2) $A'(3, 6)$, $B'(3, 2)$, $C'(10, 4)$.

