# 圆专题——等腰图 1

**学习目标**

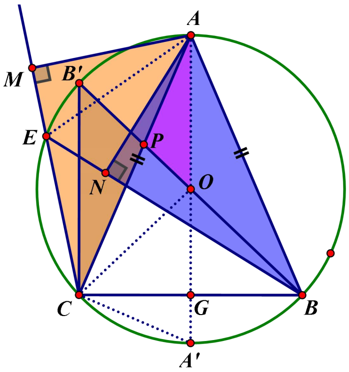
1、复习巩固“等腰三角形内接于圆”的基本结论和解题方法；

2、通过中考、调考“等腰图”的专项训练，提高学生的解题能力；

3、通过几何模型的学习，渗透“转化”的数学思想。

**教学过程**

## 一、模型学习




**条件：△ABC 内接于⊙O，AB=AC**

**结论：**

**1、垂径.中位线 AO⊥BC; CG=BG; ∠OAC=∠OAB；$OG \parallel B'C$、$OG=\frac{1}{2}B'C$**

**2、角平分.全等 ∠MEA=∠BEA （可以反推等腰 AB=AC）；△AMC≌△ANB;**

**3、双勾股 $CG^2=OC^2-OG^2=AC^2-AG^2$**

**4、相似 △B’CP∽△OAP（X 形）；△B’CP∽△APB（蝶形）；**

**△PAO∽△PBA（子母）；**

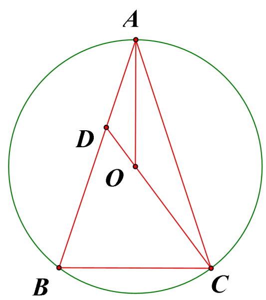
**5、角相等 ∠COG=∠CAB=∠CB’B（常用于三角函数导角）**

## 二、模型运用

例题 1、如图，△ABC 内接于⊙O，AB=AC，CO 的延长线交 AB 于 D

（1）求证：AO⊥BC

（2）若 BC=6，AB=$3\sqrt{10}$，求$\frac{AD}{BD}$的值



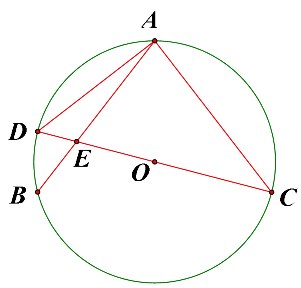

1.(1)略；

(2)∵$BE=CE=3$,∴$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=9$,设 $OA=OB=R$,则 $R^2=3^2+(9-R)^2$,$R=5$,∴$OE=4$,∴$BF=2OE=8$,∴$\frac{AD}{BD}=\frac{OA}{BF}=\frac{5}{8}$.

例题 2、如图，CD 为⊙O 的直径，AB、AC 为弦，且∠ADC=∠DAB+∠ACD，AB 交 CD 于 E

（1）求证：AB=AC

（2）若 DE=2，CE=10，求 AC 的长

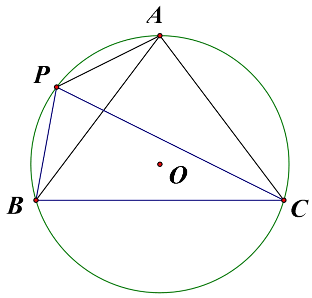



解法 1、DEB 和 OEA 相似，相似比 1:2

BE*EA=DE*EC，设 BE=x，x*2x=2*10，AC=$3\sqrt{10}$

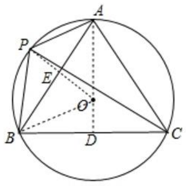
解法 2、等腰图，双勾股

习题 1、（2013·武汉）如图，△ABC 是⊙O 的内接三角形，AB=AC，点 P 是弧 AB 的中点，连接 PA、PB、PC，若 $\sin\angle BPC=\frac{24}{25}$，求 $\tan\angle PAB$ 的值




过 $A$ 点作 $AD\perp BC$ 交 $BC$ 于 $D$，连结 $OP$ 交 $AB$ 于 $E$，如图，

$\because AB=AC$，



图(2)

$\therefore AD$ 平分 $BC$,

$\therefore$点 $O$ 在 $AD$ 上，

连结 $OB$，则 $\angle BOD=\angle BAC$，

$\because \angle BPC=\angle BAC$，

$\therefore \sin\angle BOD=\sin\angle BPC=\frac{24}{25}=\frac{BD}{OB}$，

设 $OB=25x$，则 $BD=24x$，

$\therefore OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=7x$，

在 $Rt\triangle ABD$ 中，$AD=25x+7x=32x$，

$BD=24x$，

$\therefore AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=40x$，

$\because$点 $P$ 是 $\widehat{AB}$ 的中点,

$\therefore OP$ 垂直平分 $AB$，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AB=20x, \angle AEP=\angle AEO=90^\circ$

，

在 $Rt\triangle AEO$ 中

，$OE=\sqrt{AO^2-AE^2}=15x$，

$\therefore PE=OP-OE=25x-15x=10x$，

在 $Rt\triangle APE$ 中

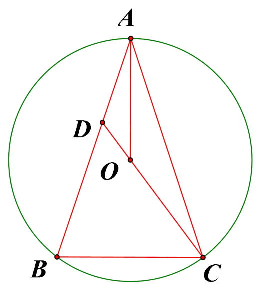
，$\tan\angle PAE=\frac{PE}{AE}=\frac{10x}{20x}=\frac{1}{2}$，

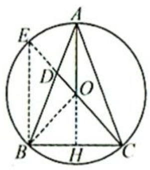
即 $\tan\angle PAB$ 的值为 $\frac{1}{2}$.

习题 2、（2017·武汉）如图，△ABC 内接于⊙O，AB=AC，CO 的延长线交 AB 于点 D

（1）求证 AO 平分∠BAC

（2）若 BC=6，$\sin\angle BAC=\frac{3}{5}$，求 AC 和 CD 的长




(1)如图,延长 $AO$ 交 $BC$ 于 $H$,连接 $BO$.$\because AB=AC,OB=OC,\therefore A$、$O$ 在线段 $BC$ 的中垂线上,$\therefore AO\perp BC$,又 $\because AB=AC,\therefore AO$ 平分 $\angle BAC$; (2)延长 $CD$ 交⊙$O$ 于点 $E$,连接 $BE$,$\because CE$ 为直径,$\therefore \angle CBE$ 为 $90^\circ$,又 $\because \sin\angle BAC=\sin\angle BEC=\frac{3}{5}$,$BC=6$,$\therefore CE=10$,半径为 5,$BE=8$.$\because \angle CBE=90^\circ$,$AO\perp BC$,$\therefore AO/\!/BE$,$\triangle ADO\backsim\triangle BDE$,$\therefore \frac{AO}{BE}=\frac{OD}{DE}$,得 $OD=\frac{25}{13}$,$\therefore CD=5+\frac{25}{13}=\frac{90}{13}$.在 Rt$\triangle BOH$ 中,$OB=5$,$BH=\frac{1}{2}BC=3$,$\therefore OH=\sqrt{OB^2-BH^2}=4$,在 Rt$\triangle ABH$ 中,$AH=5+4=9$,由勾股定理得:$AB=AC=3\sqrt{10}$.