11.3 多边形及其内角和

【学习任务】

1、了解多边形边、角、对角线、正多边形等概念，探索并掌握多边形内角和和外角和公式.

2、能够灵活运用多边形内角和公式和外角的性质解决有关问题，提高解决问题的能力.

【知识梳理】

多边形的内外角和

描述 **n 边形内角和公式**

n 边形内角和等于 $(n-2)\times 180^\circ$.

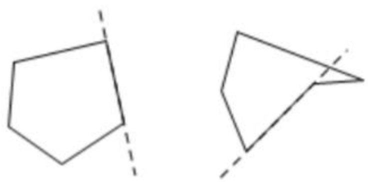
n 边形外角和定理

n 边形的外角和等于 360°.

多边形的相关概念

描述 **多边形**

在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的封闭图形叫做**多边形**（polygon）．如果一个多边形由 n 条线段组成，那么这个多边形就叫做 **n 边形**．多边形可分为凸多边形和凹多边形，画出多边形的任何一条边所在直线，整个多边形都在这条直线的同一侧，这样的多边形叫做**凸多边形**，在这条直线的两侧，这样的多边形叫做**凹多边形**．



凸多边形　　凹多边形

连接多边形不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的**对角线**（diagonal）．一个 n 边形的一个顶点出发有 $(n-3)$ 条对角线，n 边形共有 $\dfrac{n(n-3)}{2}$ 条对角线.

正多边形

各个角都相等，各边都相等的多边形叫做**正多边形**（regular polygon）．

【同步讲练】

一、选择题

1. 六边形的对角线的条数是 (　　)

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

2. 若一个多边形的每一个外角都等于 40°，则这个多边形的边数是 (　　).

A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

3. 一个多边形的内角和与外角和相等，则这个多边形的边数为 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 正多边形的一个外角等于 30°．则这个多边形的边数为 (　　)

A. 6　　B. 9　　C. 12　　D. 15

5. 若一个多边形的内角和度数为外角和的 4 倍，则这个多边形是(　　) 边形.

A. 十二　　B. 十　　C. 九　　D. 八

6. 如果一个多边形的每个内角都是 $120°$，那么这个多边形是(　　)

A. 三角形　　B. 六边形　　C. 七边形　　D. 九边形

7. 如果一个多边形中，经过每一个顶点都有 6 条对角线，那么这个多边形是(　　)

A. 七边形　　B. 八边形　　C. 九边形　　D. 十边形

8. 过某个多边形一点顶点的所有对角线，将这个多边形分成了 5 个三角形，则这个多边形是(　　)

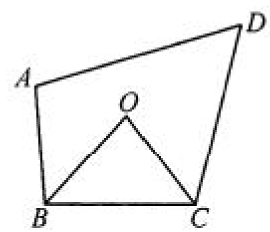
A. 五边形　　B. 六边形　　C. 七边形　　D. 八边形

9. 凸八边形共有对角线的条数是(　　)

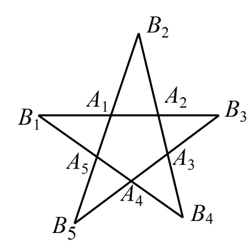
A. 20　　B. 40　　C. 28　　D. 56

二、解答题

10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle D=160°$，$\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的平分线交于点 O. 求 $\angle BOC$ 的度数.



11. 如图，延长凸五边形 $A_1A_2A_3A_4A_5$ 的各边得五个角，$\angle B_1$、$\angle B_2$、$\angle B_3$、$\angle B_4$、$\angle B_5$，求 $\angle B_1+\angle B_2+\angle B_3+\angle B_4+\angle B_5$ 的度数；



11.3 多边形及其内角和 答案

第一部分

1. D　2. C　3. B　4. C　5. B　6. B　7. C　8. C

【解析】根据 n 边形从一个顶点出发可引出 $(n-3)$ 条对角线，可组成 $n-2$ 个三角形，

$\therefore n-2=5$ ，即 $n=7$.

9. A

第二部分

10. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle D=160^\circ$.

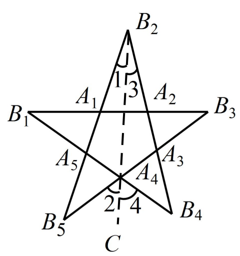
$\because$ $\angle A+\angle D+\angle DCB+\angle CBA=360^\circ$,

$\therefore$ $\angle DCB+\angle CBA=360^\circ-160^\circ=200^\circ$.

又 $\because$ OB，OC 分别为 $\angle CBA$ 和 $\angle DCB$ 的角平分线，

$\therefore$ $\angle OBC+\angle OCB=\dfrac{1}{2}(\angle DCB+\angle CBA)=\dfrac{1}{2}\times 200^\circ=100^\circ$.

$\therefore$ 在 $\triangle BOC$ 中，$\angle BOC=180^\circ-(\angle OBC+\angle OCB)=180^\circ-100^\circ=80^\circ$.

11. 

连接 B_2A_4 并延长至 C.

$\because \angle 1+\angle B_5=\angle 2$ ，$\angle 3+\angle B_4=\angle 4$,

$\therefore \angle 1+\angle 3+\angle B_5+\angle B_4=\angle 2+\angle 4$.

即 $\angle A_1B_2A_2+\angle B_5+\angle B_4=\angle B_5A_4B_4$.

$\because \angle B_5A_4B_4=\angle B_1A_4B_3$,

$\therefore \angle A_1B_2A_2+\angle B_5+\angle B_4=\angle B_1A_4B_3$.

$\because \angle B_1+\angle B_3+\angle B_1A_4B_3=180^\circ$.

$\therefore \angle B_1+\angle B_2+\angle B_3+\angle B_4+\angle B_5=180^\circ$.