13.1 轴对称　13.2 画轴对称图形

【学习任务】

1、了解轴对称图形和图形成轴对称的意义，并会识别.

2、掌握线段垂直平分线的判定和性质.

3、能够作一个图形关于一条直线的轴对称图形．体会轴对称和线段垂直平分线的性质.

4、在平面直角坐标系中，会求图形轴对称后的点坐标，能够用轴对称设计简单美观的图案.

5、感受轴对称的美，感受数学的美.

【知识梳理】

轴对称图形：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合，这个图形就叫做轴对称图形。这条直线叫做对称轴。这时就说这个图形关于这条直线对称。

轴对称：把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线对称，称这两个图形成轴对称。

垂直平分线：经过线段中点，并且垂直于这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线（中垂线）

垂直平分线的尺规作图：

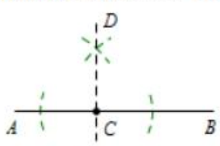
经过一个已知点作已知直线的垂线

（1）经过已知直线上一点作已知直线的垂线

作经过点 C 做出直线 AB 的垂线.

作法：① 作平角 ACB 的平分线 CD；

② 反向延长射线 CD，直线 CD 就是所求垂线.

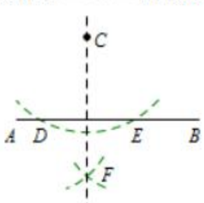


（2）经过已知直线外一点作已知直线的垂线

经过已知直线外一点作已知直线的垂线.

作法：① 以 C 为圆心，作能与 AB 相交于 D，E 两点的弧；

② 作出 $\angle DCE$ 的平分线.

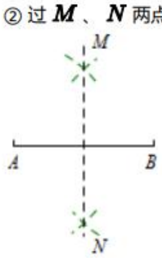


画线段的垂直平分线

作线段 AB 的垂直平分线.

作法：①分别以 A、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧分别交线段 AB 上方下方于点 M、N；

② 过 M、N 两点作直线 MN，则直线 MN 就是线段 AB 的垂直平分线.



线段的垂直平分线的性质定理：线段的垂直平分线上的点，到这条线段两个端点的距离相等。

线段的垂直平分线的性质定理的逆定理：到这条线段两个端点的距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

轴对称的基本性质：

（1）轴对称图形的对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线。

（2）如果两个图形关于某条直线对称，那么对称轴是任何一对对应点连线段的垂直平分线。

画轴对称图形或成轴对称的两个图形的对称轴

① 找出轴对称图形的任意一对对称点；

② 连接这对对称点；

③ 画出对称点所连线段的垂直平分线.

这条垂直平分线就是该轴对称图形的对称轴.

作轴对称图形的一般步骤

（1）作某点关于某直线的对称点的一般步骤：

①过已知点作已知直线（对称轴）的垂线，标出垂足；

②在这条直线的另一侧从垂足出发截取与已知点到垂足的距离相等的线段，那么截点就是这点关于该直线的对称点.

（2）作已知图形关于某直线的对称图形的一般步骤：

①作出图形的关键点关于这条直线的对称点：

②把这些对称点顺次连接起来，就形成了符合条件的对称图形.

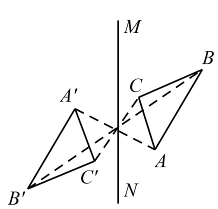
【同步讲练】

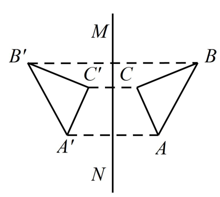
一、选择题

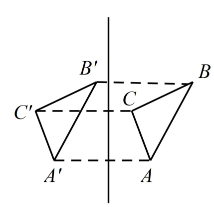
1. 点 $M(-3,2)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为（　　）

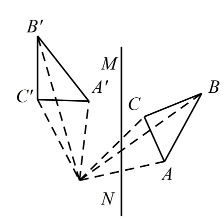
A. $(-3,-2)$　　B. $(3,-2)$　　C. $(3,2)$　　D. $(-3,2)$

2. 下面是四位同学作 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 对称的 $\triangle A'B'C'$，其中正确的是（　　）

A. 

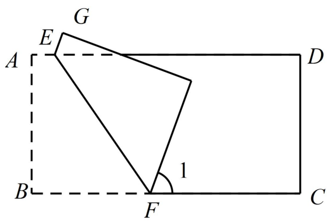
B. 

C. 

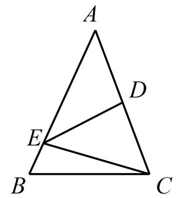
D. 

3. 如图，把长方形 $ABCD$ 沿 EF 折叠后使两部分重合，若 $\angle 1=70^\circ$ ，则 $\angle DEG$ 等于（　　）

A. 70°　　B. 85°　　C. 65°　　D. 80°

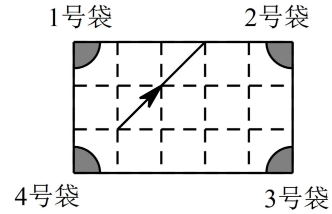


第 3 题图



第 4 题图

第 6 题图



第 7 题图

4. 如图：DE 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，若 $BC=8$ 厘米，$AB=10$ 厘米，则 $\triangle EBC$ 的周长为（　　）厘米．

A. 16　　B. 18　　C. 26　　D. 28

5. 下列各点中，到三角形各顶点的距离相等的是（　　）

A. 三个内角平分线的交点　　B. 三条边的垂直平分线的交点

C. 三条中线的交点　　D. 三条高线的交点

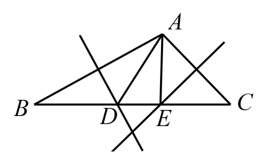
6. 小明从镜子中看到身后电子钟的示数如图所示，则此时的时间应是（　　）

A. 21 : 10　　B. 10 : 21　　C. 10 : 51　　D. 12 : 01

7. 如图是一个经过改造的台球桌面示意图，图中四个角上的阴影部分分别表示四个入球孔．如果一个球按图中所示的方向被击出（球可以经过多次反射），那么该球最后将落入的球袋是（　　）

A. 一号袋　　B. 二号袋　　C. 三号袋　　D. 四号袋

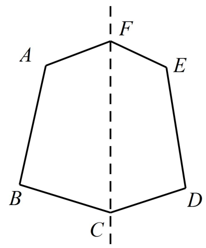
8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=8$ ，AB 的中垂线交 BC 于点 D，AC 的中垂线交 BC 于点 E，则 $\triangle ADE$ 的周长等于（　　）

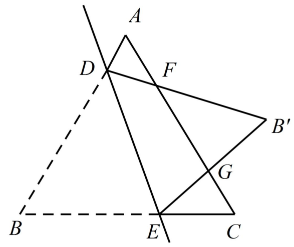


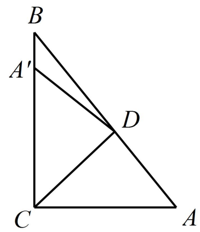
A. 8　　B. 4　　C. 12　　D. 16

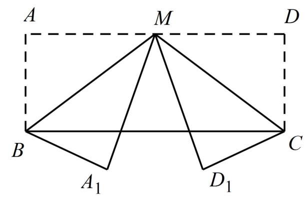
二、填空题

9. 如图所示，六边形 $ABCDEF$ 是轴对称图形，CF 所在的直线是它的对称轴．若 $\angle AFC+\angle BCF=150^\circ$ ，则 $\angle AFE+\angle BCD=$ ________.









第 9 题图　　第 10 题图　　第 11 题图　　第 12 题图

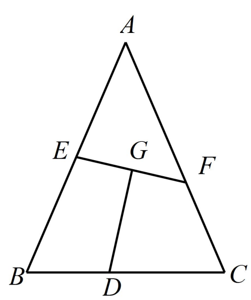
10. 在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别在边 AB，BC 上，把 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折，使点 B 落在点 B' 处，DB'，EB' 分别交边 AC 于点 F，G．若 $\angle ADF=80^\circ$ ，则 $\angle EGC=$ ________.

11. 如图所示，在 Rt $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$ ，$\angle A=50^\circ$ ，将其折叠，使点 A 落在边 CB 上 A' 处，折痕为 CD，则 $\angle A'DB$ 为________.

12. 如图所示，M 为矩形纸片 $ABCD$ 的边 AD 的中点，将纸片沿 BM，CM 折叠，使点 A 落在点 A_1 处，点 D 落在点 D_1 处．若 $\angle A_1MD_1=40^\circ$ ，则 $\angle BMC=$ ________.

三、解答题

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=\angle C$ ，点 D，E，F 分别在三边上，且 $BE=CD$ ，$BD=CF$ ，G 为 EF 的中点.求证：DG 垂直平分 EF .

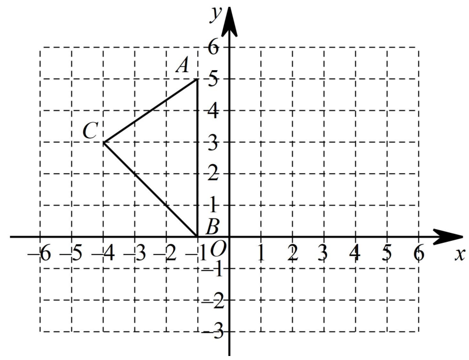


14. 如图所示，在平面直角坐标系中，$A(-1,5)$，$B(-1,0)$，$C(-4,3)$.

(1) 求出 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 在图形中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$，并写出点 A_1，B_1，C_1 的坐标.

(3) 是否存在一点 P 到 AC，AB 的距离相等，同时到点 A，点 B 的距离也相等，若存在保留作图痕迹标出点 P 的位置，并简要说明理由；若不存在也请说明理由.

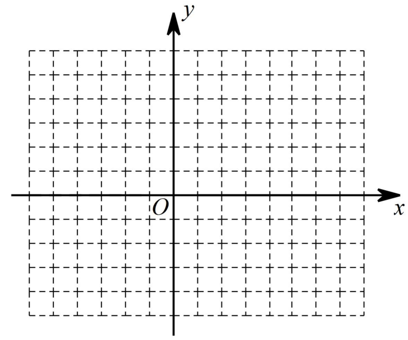


15. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2,3)$，$B(-6,0)$，$C(-1,0)$.

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$；

(2) 写出点 A 的对应点 A_1 的坐标是________；点 B 的对应点 B_1 的坐标是______________，点 C 的对应点 C_1 的坐标是________；

(3) 请直接写出以 BC 为边且与 $\triangle ABC$ 全等的三角形的第三个顶点的坐标为________.



16. 我们已学习了角平分线的概念，那么你会用他们解决有关问题吗?

(1) 如图 1 所示，将长方形笔记本活页纸片的一角折过去，使角的顶点 A 落在 A' 处，BC 为折痕. 若 $\angle ABC = 55^\circ$，求 $\angle A'BD$ 的度数.

(2) 在（1）条件下，如果又将它的另一个角也斜折过去，并使 BD 边与 BA' 重合，折痕为 BE，如图 2 所示，求 $\angle 2$ 和 $\angle CBE$ 的度数.

(3) 如果在图 2 中改变 $\angle ABC$ 的大小，则 BA' 的位置也随之改变，那么（2）中 $\angle CBE$ 的大小会不会改变?请说明.

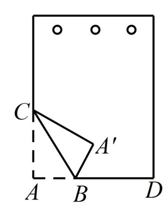


图1

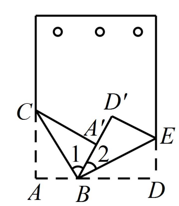
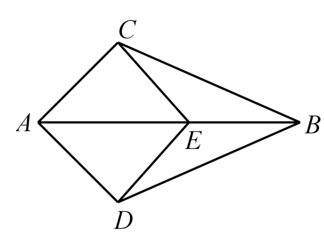


图2

17. 如图，已知 $AC = AD$，$BC = BD$，点 E 是 AB 上任意一点，求证：$CE = DE$.

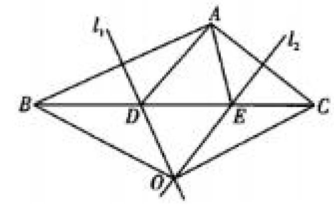


18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，AB 边的垂直平分线 l_1 交 BC 于点 D，AC 边的垂直平分线 l_2 交 BC 于点 E，l_1 与 l_2 相交于点 O，连接 OB，OC，若 $\triangle ADE$ 的周长为 $12\ \text{cm}$，$\triangle OBC$ 的周长为 $32\ \text{cm}$．

（1）求线段 BC 的长；

（2）连接 OA，求线段 OA 的长；

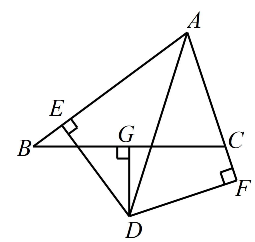
（3）若 $\angle BAC = n^\circ\ (n > 90)$，直接写出 $\angle DAE$ 的度数．



19. 如图，$\triangle ABC$ 中，AD 平分 $\angle BAC$，$DG \perp BC$ 且平分 BC，$DE \perp AB$ 于 E，$DF \perp AC$ 于 F．

（1）说明 $BE = CF$ 的理由；

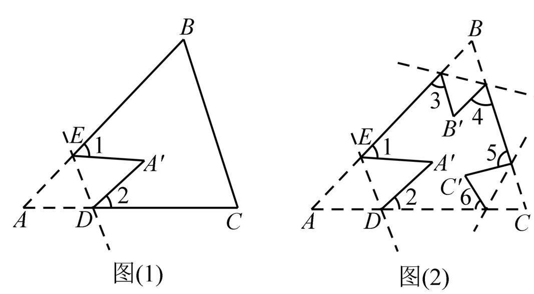
（2）如果 $AB = a$，$AC = b$，求 AE，BE 的长．



20. （1）如图（1），将 $\triangle ABC$ 的纸片沿着 DE 对折，使点 A 落在四边形 $BCDE$ 内点 A' 的位置，探索 $\angle A$，$\angle 1$，$\angle 2$ 之间的数量关系，并说明理由．

（2）如图（2），继续这样的操作，把 $\triangle ABC$ 纸片的三个角按（1）的方式折叠，三个顶点都在内部，则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ 的度数是________．

（3）如果把 n 边形纸片也做类似的操作，n 个顶点都在形内，那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \cdots + \angle 2n$ 的度数是________（用含有 n 的代数式表示）．



13.1 轴对称　　13.2 画轴对称图形 答案

第一部分

1. C　2. B　3. A　4. B　5. B　6. C　7. B　8. A

第二部分

9. 300°　　10. 80°【解析】由翻折变换的性质得：$\angle B'=\angle B$，$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

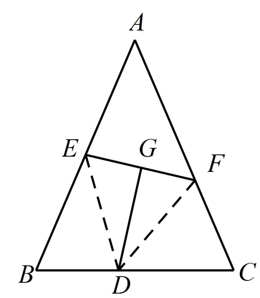
$\therefore \angle B=\angle B'=60^\circ$，$\because \angle A+\angle ADF+\angle AFD=180^\circ$，$\angle ADF=80^\circ$，

$\therefore \angle AFD=\angle GFB'=40^\circ$．$\therefore \angle EGC=80^\circ$．

11. 10°　　12. 110°

第三部分

13. 如图所示，连接 ED，FD．$\because BE=CD$，$\angle B=\angle C$，$BD=CF$，



$\therefore \triangle BED\cong\triangle CDF$．$\therefore ED=FD$．$\because G$ 为 EF 的中点，

$\therefore EG=FG$．又 $GD=GD$，$\therefore \triangle DGE\cong\triangle DGF$．

$\therefore \angle DGE=\angle DGF=90^\circ$．$\therefore DG$ 垂直平分 EF．

14.（1）$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 5\times 3=7.5$．

（2）$A_1(1,5)$，$B_1(1,0)$，$C_1(4,3)$，

如图 1，$\triangle A_1B_1C_1$ 为所求．

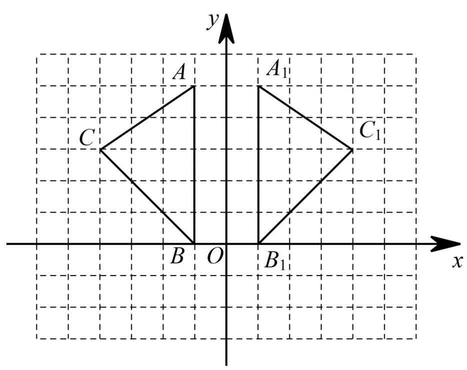


图1

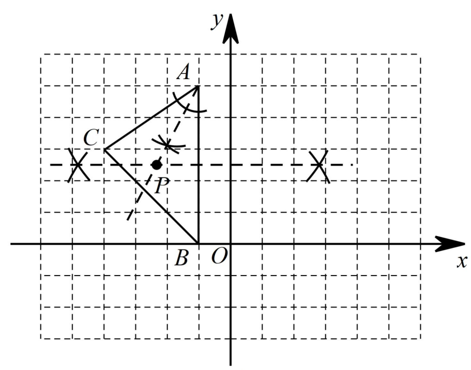
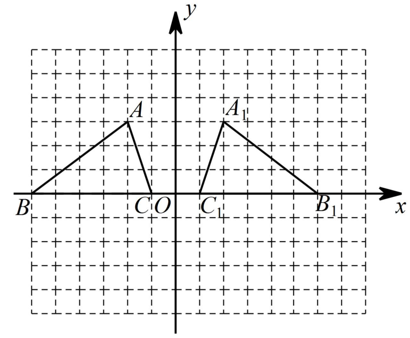


图2

（3）如图 2，

$\because P$ 点为 $\angle BAC$ 平分线与 AB 中垂线的交点，$\therefore$ 存在符合题意的点 P．

15.（1）如图所示：$\triangle A_1B_1C_1$，即为所求；



（2）$(2,3)$；$(6,0)$；$(1,0)$

（3）$(-2,-3)$，$(-5,3)$，$(-5,-3)$

16.（1）$\because \angle ABC=55^\circ$，$\therefore \angle A'BC=\angle ABC=55^\circ$，

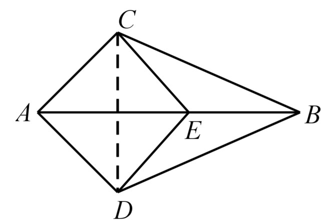
$\therefore \angle A'BD=180^\circ-\angle ABC-\angle A'BC=180^\circ-55^\circ-55^\circ=70^\circ$；

（2）由（1）的结论可得 $\angle DBD'=70^\circ$，由折叠的性质可得，

$\angle 2=\frac{1}{2}\angle DBD'=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$，$\therefore \angle CBE=\angle A'BC+\angle D'BE=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$；

（3）不变，由折叠的性质可得，$\angle 1=\angle ABC=\frac{1}{2}\angle ABA'$，$\angle 2=\angle EBD=\frac{1}{2}\angle DBD'$，所以 $\angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(\angle ABA'+\angle DBD')=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$，不变，永远是平角的一半.

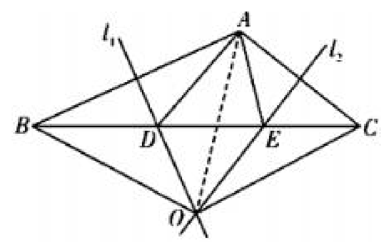
17. 连接 CD，$\because AC=AD$，$BC=BD$，$\therefore A$ 在线段 CD 的垂直平分线上，B 在线段 CD 的垂直平分线上，即 AB 是线段 CD 的垂直平分线，$\because E$ 在 AB 上，$\therefore EC=ED$.



18.（1）$\because l_1$ 是 AB 边的垂直平分线，$\therefore DA=DB$. $\because l_2$ 是 AC 边的垂直平分线，$\therefore EA=EC$. $\therefore BC=BD+DE+EC=DA+DE+EA=12\ \text{cm}$.

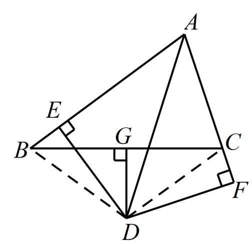
（2）如图，连接 OA，$\because l_1$ 是 AB 边的垂直平分线，$\therefore OA=OB$. $\because l_2$ 是 AC 边的垂直平分线，$\therefore OA=OC$. $\because OB+OC+BC=32\ \text{cm}$，$\therefore OA=OB=OC=10\ \text{cm}$.

（3）$\angle DAE=2n^\circ-180^\circ$.



19.（1）如图，连接 DB，DC，因为 AD 平分 $\angle BAC$，$DE\perp AB$，$DF\perp AF$，所以 $DE=DF$，因为 $DG\perp BC$ 且平分 BC，所以 $BD=CD$，在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，$BD=CD$，$ED=FD$，所以 $\text{Rt}\triangle BDE\cong \text{Rt}\triangle CDF$，所以 $BE=CF$.

（2）由（1）可知，$AD=AD$，$DE=DF$，易证 $\text{Rt}\triangle ADE\cong \text{Rt}\triangle ADF$，所以 $AE=AF$，所以 $AB+AC=AE+BE+AF-CF=2AE=a+b$，所以 $AE=\frac{a+b}{2}$，所以 $BE=AB-AE=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}$.



20.（1）连接 AA'，$\because \angle 1=\angle BAA'+\angle AA'E$，$\angle 2=\angle CAA'+\angle AA'D$，$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle BAA'+\angle AA'E+\angle CAA'+\angle AA'D=\angle BAC+\angle DA'E$，又 $\because \angle BAC=\angle DA'E$，$\therefore \angle 1+\angle 2=2\angle A$；

（2）360°

（3）$360^\circ(n-2)$