



## 16.1 二次根式 学案（含答案）

### 【学习任务】

- 1.掌握二次根式的概念，会求二次根式的被开方数中的字母的取值范围.
- 2.理解二次根式的性质，并会运用二次根式的性质化简二次根式.

### 【知识梳理】

形如  $\sqrt{a}(a \geq 0)$  的式子叫做二次根式 (quadratic radical) .

例题 1、下列式子中\_\_\_\_\_是二次根式。

- (1)  $\sqrt{-7}$     (2)  $\sqrt{4}$     (3)  $\sqrt{t^2+1}$     (4)  $\sqrt{x}$     (5)  $\sqrt{-m}$  ( $m \leq 0$ )    (6)  $\sqrt[3]{-27}$

解：(2) (3) (5)

例题 2、当 x 取什么实数时，下列式子有意义？

- (1)  $\sqrt{2-5x}$     (2)  $\sqrt{\frac{1}{3x-2}}$

解：(1)  $x \leq \frac{2}{5}$     (2)  $x > \frac{2}{3}$

例题 3、若二次根式  $\sqrt{3-y}$  与  $\sqrt{x^2-1}$  互为相反数，求  $2x-3y+1$  的值

解：-10 或 -6

二次根式的性质与化简

### 二次根式的性质

- ① 二次根式  $\sqrt{a}$  中被开方数一定是非负数，并且二次根式  $\sqrt{a} \geq 0$ ;
- ②  $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ ;

$$\textcircled{3} \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a > 0, \\ a, & a = 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

### $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的联系与区别

- ①  $(\sqrt{a})^2 \geq 0$ ,  $\sqrt{a^2} \geq 0$  都是非负数;
- ②  $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ ,  $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a > 0), \\ 0 (a = 0), \\ -a (a < 0) \end{cases}$  结果不同;
- ③  $(\sqrt{a})^2$  中  $a$  的取值范围是  $a \geq 0$ ,  $\sqrt{a^2}$  中  $a$  的取值范围是全体实数.

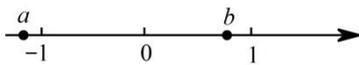


### 移因式到根号内、外的方法

- ① 把根号外的数移到根号内：当根号外的数是负数时，把负号留在根号外面，然后把这个数的平方移到根号内，即  $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$  ( $a < 0$ )；当根号外的数是正数时，直接把它平方后移到根号内，即  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$  ( $a > 0$ )；
- ② 把根号内的数移到根号外：当根号内的数是正数时，直接开方移到根号外，即  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  ( $a > 0$ )；当根号内的数是负数时，开方移到根号外后要添上负号，即  $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$  ( $a < 0$ )。

### 【课前小测验】

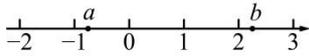
- 下列各式中是二次根式的是 ( )  
 A.  $\sqrt[4]{8}$                       B.  $\sqrt{-7}$                       C.  $\sqrt{a^2+3}$                       D.  $\sqrt[3]{9}$
- 化简  $\sqrt{16}$  的值为 ( )  
 A. 4                              B. -4                              C.  $\pm 4$                               D. 2
- 要使二次根式  $\sqrt{2-x}$  有意义， $x$  的取值范围是 ( )  
 A.  $x \neq 2$                       B.  $x \leq 2$                       C.  $x \geq 2$                       D.  $x \leq -2$
- $-\sqrt{(-3)^2}$  的值为 ( )  
 A. 3                              B. -3                              C.  $\pm 3$                               D. -9
- 已知  $x, y$  为实数，且  $y = \frac{1}{2} + \sqrt{6x-1} + \sqrt{1-6x}$ ，则  $\frac{x}{y}$  的值为 ( )  
 A.  $-\frac{1}{3}$                               B.  $\frac{1}{2}$                               C.  $\frac{1}{3}$                               D. 2
- 实数  $a, b$  在数轴上的位置如图所示，则化简  $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$  的结果是 ( )



- A.  $-2b$                               B.  $-2a$                               C.  $2(b-a)$                               D. 0
- 已知  $x$  是实数，则  $\sqrt{x-\pi} + \sqrt{\pi-x} + \frac{x}{\pi}$  的值是 ( )  
 A.  $-\frac{1}{\pi}$                               B.  $\frac{1}{\pi}$                               C. 0                              D. 1
- 若  $a < 1$ ，化简  $\sqrt{(a-1)^2} - 1 =$  ( )  
 A.  $a-2$                               B.  $2-a$                               C.  $a$                               D.  $-a$
- 下列计算正确的是 ( )  
 A.  $(-\sqrt{3})^2 = -3$                               B.  $\sqrt{(\pi-3.2)^2} = \pi-3.2$   
 C.  $(2\sqrt{6})^2 = 24$                               D.  $\sqrt{(-3)^2} = -3$



10. 实数  $a, b$  在数轴上的位置如图所示，则化简： $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + b$  的结果是 ( )



- A. 1                      B.  $b + 1$                       C.  $2a$                       D.  $1 - 2a$

二、典例讲练

微专题 1 二次根式的非负性

例题 1. 若  $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} - x} - 6$ ，则  $xy =$  \_\_\_\_\_.

例题 2. 已知  $\sqrt{a-1} + |a+b+1| = 0$ ，则  $b^a =$  \_\_\_\_\_.

例题 3. 若  $|a-b+1|$  与  $\sqrt{a+2b+4}$  互为相反数，则  $(a-b)^{2021} =$  \_\_\_\_\_.

变式训练 1. 使代数式  $\frac{\sqrt{2x-1}}{3-x}$  有意义的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

变式训练 2. 若实数  $x, y$  满足  $\sqrt{x-1} + \sqrt{y+2} = 0$ ，则  $x-y$  的值为\_\_\_\_\_.

能力测试 1. 如果代数式  $\sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$  有意义，求  $x$  的值.

能力测试 2. 已知  $(a-2)^2 + \sqrt{2b+1} = 0$ ，求  $a, b$  的值.

能力测试 3. 已知  $y = \sqrt{2x-3} + \sqrt{3-2x} - 4$ ，计算  $x - y^2$  的值.

能力测试 4. 已知  $\sqrt{1+a} - (b-2)\sqrt{2-b} = 0$ ，求  $b^a$  的值.

能力测试 5. 若  $\sqrt{x-y+1} + \sqrt{x+y-5} = 0$ ，求  $\frac{(x-y)^{2020}}{x^3+y^2}$  的值.

能力测试 6. 已知  $|2020-a| + \sqrt{a-2021} = a$ ，求  $a - 2020^2$  的值.



### 微专题 2 二次根式的化简

例题 1. 当  $a = 2$ ,  $b = -8$ ,  $c = 5$  时, 代数式  $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  的值为\_\_\_\_\_.

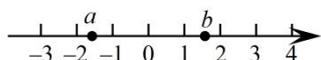
例题 2. 当  $x < 0$  时, 化简  $\sqrt{x^2} - \sqrt{(1-x)^2}$  的结果是\_\_\_\_\_.

例题 3. 若  $-4 \leq a \leq 0$ , 则代数式  $\sqrt{9 + 6a + a^2} + \sqrt{a^2 - 10a + 25}$  的最大值为\_\_\_\_\_.

变式训练 1. 化简: 计算  $\sqrt{18} =$  \_\_\_\_\_;  $\sqrt{2\frac{1}{4}} =$  \_\_\_\_\_;

$\sqrt{(-5)^2} =$  \_\_\_\_\_.

变式训练 2. 数  $a, b$  在数轴上的位置如图所示. 化简:  $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(b-1)^2} - \sqrt{(a-b)^2}$  .



变式训练 3. 已知  $a$  为有理数, 求式子  $\sqrt{a+2} - \sqrt{2-4a} + \sqrt{-a^2}$  的值.

能力测试 1. 当  $2 < m < 3$  时, 化简  $\frac{3}{m-3}\sqrt{m^2-6m+9} - 3|m-4|$  .

能力测试 2. 已知  $x, y$  为实数, 且满足  $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} - x} + \frac{1}{2}$ , 求  $5x + |2y - 1| - \sqrt{y^2 - 2y + 1}$  的值.

能力测试 3. 当  $a = \sqrt{2} + 1$ ,  $b = \sqrt{2} - 1$  时, 代数式  $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$  的值是\_\_\_\_\_.

### 微专题 3 与二次根式有关的最值问题

例题 1. 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 时, 二次根式  $\sqrt{25 - (2 + 3x)^2}$  有最大值.



例题 2. 当  $a$  取什么值时，代数式  $\sqrt{2a+1}+1$  取值最小，并求出这个最小值.

变式训练 1. 当  $x$  取什么实数时，式子  $\sqrt{3x-1}+2$  的取值最小?并求出这个最小值.

#### 微专题 4 与二次根式有关的求值、计算

例题 1. 求值或计算:

(1) 求满足条件的  $x$  的值:  $\frac{1}{2}x^2 - 8 = 0$  ;

(2) 计算:  $\sqrt{(-3)^2} - \sqrt[3]{-64} - \sqrt{36}$  .

例题 2. 阅读下面的解答过程，请判断是否正确. 若不正确，请写出正确的解答过程.

已知  $x, y$  是实数，化简:  $x\sqrt{-\frac{y}{x^2}} + y\sqrt{-\frac{x}{y^2}}$  .

解:  $x\sqrt{-\frac{y}{x^2}} + y\sqrt{-\frac{x}{y^2}} = \sqrt{x^2\left(-\frac{y}{x^2}\right)} + \sqrt{y^2\left(-\frac{x}{y^2}\right)} = \sqrt{-y} + \sqrt{-x}$  .



变式训练 1. 计算：

(1) 已知  $x^2 - 49 = 0$ ，求  $x$  的值.

(2)  $\sqrt{9} - \sqrt[3]{64} - \sqrt{(-2)^2}$  .

变式训练 2. 甲、乙两位同学做一道相同的题目：先化简，再求值： $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2 - 2}$ ，其中  $a = \frac{1}{5}$  .

甲同学的解法是：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{a} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a \\ &= 10 - \frac{1}{5} = \frac{49}{5} ; \end{aligned}$$

乙同学的解法是：

$$\text{原式} = \frac{1}{a} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5} .$$

请问：哪位同学的解法正确？请说明理由.

变式训练 3. 已知  $x, y$  为实数，且满足  $\sqrt{1+x} - (y-1)\sqrt{1-y} = 0$ ，那么  $x^{2020} - x^{2021}$  的值是多少？



### 微专题 5 二次根式与几何问题综合

例题 1. 已知三角形的两边长分别为 3 和 5，第三边长为  $c$ .

化简： $\sqrt{c^2 - 4c + 4} - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - 4c + 16}$  .

变式训练 1. 已知实数  $x, y, a$  满足：

$\sqrt{x + y - 8} + \sqrt{8 - x - y} = \sqrt{3x - y - a} + \sqrt{x - 2y + a + 3}$  , 试问长度分别为  $x, y, a$  的三条线段能否组成一个三角形?如果能，请求出该三角形的周长；如果不能，请说明理由.

### 三、家庭作业

1. 已知  $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2} + 5$  , 求  $\frac{x}{y}$  的值.

2. 比较  $\sqrt{5-a}$  与  $\sqrt[3]{a-6}$  的大小.

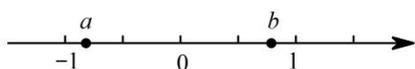


3. 已知  $\sqrt{x+y-3} + \sqrt{2x-y+6} = 0$ ，求  $x, y$  的值.

4. 若  $x, y$  均为实数，且满足等式

$$\sqrt{3x+5y-2} + \sqrt{2x+4y-a} = \sqrt{x-199+y} \cdot \sqrt{199-x-y} \quad , \text{求 } a \text{ 的值.}$$

5. 如图是实数  $a, b$  在数轴上的位置，化简： $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$  .



6. 观察下列各式：①  $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1\frac{1}{2}$  ； ②  $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1\frac{1}{6}$  ； ③  $\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1\frac{1}{12}$  ，  
 ……，根据规律写出第  $n$  个式子：\_\_\_\_\_.

7. 无论  $x$  取何实数，代数式  $\sqrt{x^2-4x+m}$  都有意义. 化简  $\sqrt{(m-3)^2} + \sqrt{(4-m)^2}$  .



## 16.1 二次根式 答案

例题 1、解：(2) (3) (5)

例题 2、解：(1)  $x \leq \frac{2}{5}$  (2)  $x > \frac{2}{3}$

例题 3、解：-10 或 -6

### 课前小测验

1. C 2. A 3. B 4. B 5. C 6. A 7. D 8. D 9. C 10. A

### 典例讲练

#### 微专题 1 二次根式的非负性

例题 1. -3 例题 2. -2 例题 3. -1 变式训练 1. 20.  $x \geq \frac{1}{2}$  且  $x \neq 3$

变式训练 2. 3

能力测试 1.  $\because \sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$  有意义,  $\therefore \begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x-3 \geq 0, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 3. \end{cases} \therefore x = 3.$

能力测试 2. 由于  $(a-2)^2 \geq 0$ ,  $\sqrt{2b+1} \geq 0$ , 又  $(a-2)^2 + \sqrt{2b+1} = 0$ ,  
故  $(a-2)^2 = 0$ ,  $\sqrt{2b+1} = 0$ ,  $\therefore a = 2$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ .

能力测试 3. 由题意得:  $\begin{cases} 2x-3 \geq 0, \\ 3-2x \geq 0, \end{cases}$  解得:  $x = \frac{3}{2}$ , 把  $x = \frac{3}{2}$  代入  $y = \sqrt{2x-3} + \sqrt{3-2x} - 4$ ,

得  $y = -4$ , 当  $x = \frac{3}{2}$ ,  $y = -4$  时  $x - y^2 = \frac{3}{2} - 16 = -14\frac{1}{2}$ .

能力测试 4.  $\because \sqrt{1+a} - (b-2)\sqrt{2-b} = 0$ ,  $\therefore \sqrt{1+a} + \sqrt{(2-b)^3} = 0$ ,

$\therefore a = -1$ ,  $b = 2$ ,  $\therefore b^a = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ .

能力测试 5. 由已知可得  $\begin{cases} x-y+1=0, \\ x+y-5=0, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$  所以,  $\frac{(x-y)^{2020}}{x^3+y^2} = \frac{(-1)^{2020}}{17} = \frac{1}{17}$

能力测试 6. 由题意  $a \geq 2021$ ,  $\therefore a-2020 + \sqrt{a-2021} = a$ ,  $\sqrt{a-2021} = 2020$ , 两边同时平方,

$a-2021 = 2020^2$ , 所以  $a-2020^2 = 2021$

#### 微专题 2 二次根式的化简



例题 1.  $\frac{4 + \sqrt{6}}{2}$     例题 2.  $-1$     例题 3.  $10$

变式训练 1.  $3\sqrt{2}, \frac{3}{2}, 5$

变式训练 2. 由数轴可知： $a < -1, b > 1$ ，所以  $a + 1 < 0, b - 1 > 0, a - b < 0$ ，

$$\text{原式} = -(a + 1) + (b - 1) + (a - b)$$

所以 
$$= -a - 1 + b - 1 + a - b$$
  

$$= -2.$$

变式训练 3. 因为  $-a^2 \geq 0, a^2 \geq 0$ ，所以  $a = 0$ 。所以原式  $= \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{0} = 0$ 。

能力测试 1.

$\because 2 < m < 3$ ，

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{3}{m-3} \sqrt{m^2 - 6m + 9} - 3|m-4| \\ &= \frac{3}{m-3} \sqrt{(m-3)^2} - 3(4-m) \\ &= \frac{3}{m-3} \cdot (3-m) - 12 + 3m \\ &= -3 - 12 + 3m \\ &= 3m - 15. \end{aligned}$$

能力测试 2. 
$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq 0, \\ \frac{1}{2} - x \geq 0. \end{cases}$$
 得  $x = \frac{1}{2}$ 。则  $y = \frac{1}{2}$ ；

$$5x + |2y - 1| - \sqrt{y^2 - 2y + 1} = \frac{5}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}} = 2.$$

能力测试 3.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  【解析】 $\because a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1, \therefore a + b = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}$ ，

$$a - b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2, \therefore \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

### 微专题 3 与二次根式有关的最值问题

例题 1.  $-\frac{2}{3}$

例题 2. 当  $\sqrt{2a+1} = 0$  时， $\sqrt{2a+1} + 1$  有最小值 1，此时  $2a + 1 = 0, a = -\frac{1}{2}$ 。

变式训练 1. 由二次根式有意义的条件得  $3x - 1 \geq 0$ ，即  $x \geq \frac{1}{3}$ ，

所以当  $x = \frac{1}{3}$  时，式子  $\sqrt{3x-1} + 2$  的取值最小，最小值为 2。



#### 微专题 4 与二次根式有关的求值、计算

例题 1. (1) 方程整理得： $x^2 = 16$ ，解得 $x_1 = 4, x_2 = -4$ ， $\therefore$  满足条件的  $x$  的值为 4 或 -4.

(2) 1

例题 2. 不正确，因为二次根式的被开方数必须是非负数，所以  $y < 0, x < 0$ .

所以

$$\begin{aligned} & x\sqrt{-\frac{y}{x^2}} + y\sqrt{-\frac{x}{y^2}} \\ &= -(-x)\sqrt{-\frac{y}{x^2}} - (-y)\sqrt{-\frac{x}{y^2}} \\ &= -\sqrt{(-x)^2\left(-\frac{y}{x^2}\right)} - \sqrt{(-y)^2\left(-\frac{x}{y^2}\right)} \\ &= -\sqrt{-y} - \sqrt{-x}. \end{aligned}$$

变式训练 1. (1) 方程变形得： $x^2 = 49$ ，开方得： $x = 7$  或  $x = -7$ .

$$\begin{aligned} & \text{原式} = 3 - 4 - 2 \\ (2) & \quad = -3. \end{aligned}$$

变式训练 2. 甲同学的解法是正确的，理由如下：

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 &= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} = \left|a - \frac{1}{a}\right|, \text{ 且 } a = \frac{1}{5}, \text{ 即 } \frac{1}{a} = 5, \therefore \frac{1}{a} > a, \\ \therefore \frac{1}{a} - a > 0, \therefore \left|a - \frac{1}{a}\right| &= \frac{1}{a} - a. \end{aligned}$$

乙同学在去绝对值时忽略了  $\frac{1}{a}$  与  $a$  的大小关系，导致错误.

变式训练 3. 由已知可得  $\sqrt{1+x} + (1-y)\sqrt{1-y} = 0$  .  $\therefore 1-y \geq 0$  ,

$\therefore (1-y)\sqrt{1-y} \geq 0$  , 由非负数的性质得  $1+x = 0$  且  $1-y = 0$  ,

$$\therefore x = -1, y = 1, \therefore x^{2020} - x^{2021} = 0$$

#### 微专题 5 二次根式与几何问题综合

例题 1. 根据题意得  $2 < c < 8$ ,

$$\begin{aligned} & \sqrt{c^2 - 4c + 4} - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - 4c + 16} = \sqrt{(c-2)^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2}c - 4\right)^2} = c - 2 - \\ & \left(4 - \frac{1}{2}c\right) = \frac{3}{2}c - 6 \end{aligned}$$

变式训练 1. 能：根据二次根式的被开方数的非负性，得  $\begin{cases} x + y - 8 \geq 0, \\ 8 - x - y \geq 0. \end{cases}$  解得  $x + y = 8$  ,

$$\therefore \sqrt{3x - y - a} + \sqrt{x - 2y + a + 3} = 0 ,$$



根据非负数的性质，得 
$$\begin{cases} x + y = 8, \\ 3x - y - a = 0, \\ x - 2y + a + 3 = 0. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = 3, \\ y = 5, \\ a = 4. \end{cases}$$

∴ 可以组成三角形，它的周长为  $3 + 5 + 4 = 12$  .

### 家庭作业

1. ∵  $\sqrt{2-x} \geq 0$  ,  $\sqrt{x-2} \geq 0$  , ∴  $x = 2$  ,  $y = 5$  . ∴  $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$  .

2. ∵  $5-a \geq 0$  , ∴  $a \leq 5$  , ∴  $a-6 < 0$  . ∴  $\sqrt[3]{a-6} < 0$  . 又 ∵  $\sqrt{5-a} \geq 0$  ,  
∴  $\sqrt{5-a} > \sqrt[3]{a-6}$  .

3. ∵  $\sqrt{x+y-3} \geq 0$  ,  $\sqrt{2x-y+6} \geq 0$  , 根据几个非负数之和等于 0, 则每个非负数都等于 0, 可知 
$$\begin{cases} \sqrt{x+y-3} = 0, \\ \sqrt{2x-y+6} = 0, \end{cases} \quad \text{从而} \quad \begin{cases} x+y-3 = 0, \\ 2x-y+6 = 0, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x = -1, \\ y = 4. \end{cases}$$

4. 由题意得 
$$\begin{cases} x - 199 + y \geq 0, \\ 199 - x - y \geq 0, \end{cases} \quad \text{解得} \quad x + y = 199, \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

∴  $\sqrt{3x+5y-2} + \sqrt{2x+4y-a} = 0$  . ∴ 
$$\begin{cases} 3x + 5y - 2 = 0, \dots\dots\dots \textcircled{2} \\ 2x + 4y - a = 0. \dots\dots\dots \textcircled{3} \end{cases}$$

由  $\textcircled{2} - \textcircled{1}$  , 得  $2x + 4y = -197, \dots\dots\dots \textcircled{4}$        $\textcircled{4} - \textcircled{3}$  , 得  $a = -197$  .

5.  $-2b$  .

6.  $\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = 1 + \frac{1}{n(n+1)}$  .

7. ∵  $\sqrt{x^2-4x+m} = \sqrt{(x-2)^2+m-4}$  , 且无论  $x$  取何实数, 代数式  $\sqrt{x^2-4x+m}$  都有意义, ∴  $m-4 \geq 0$  , ∴  $m \geq 4$  ,

当  $m \geq 4$  时,  $\sqrt{(m-3)^2} + \sqrt{(4-m)^2} = (m-3) + (m-4) = 2m-7$  .