



16.3 二次根式的加减

【学习任务】

- 1、掌握同类二次根式的概念，能熟练进行二次根式的加减运算.
- 2、能准确熟练的进行二次根式的混合运算.

【知识梳理】

同类二次根式

几个二次根式化为最简二次根式后，如果它们被开方数相同，就把这几个二次根式叫做同类二次根式.

二次根式的加减法

先把各个二次根式化成最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并.

二次根式的混合运算

先乘方，再乘除，最后加减，有括号的先算括号里（或先去掉括号）.

【同步讲练】

一、选择题

1. 下列二次根式中，化简后能与 $\sqrt{3}$ 进行合并的是 ()

A. $\sqrt{8}$	B. $\sqrt{18}$	C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$	D. $\sqrt{12}$
---------------	----------------	-------------------------	----------------
2. 下列二次根式化简后与 \sqrt{ab} 的被开方数不同的是 ()

A. $\sqrt{\frac{b}{ab}}$	B. $\sqrt{\frac{ab}{4}}$	C. $\sqrt{\frac{b}{a}}$	D. $\sqrt{a^3b^3}$
--------------------------	--------------------------	-------------------------	--------------------
3. 下列二次根式中，化简后不能与 $\sqrt{3}$ 进行合并的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$	B. $\sqrt{27}$	C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$	D. $\sqrt{12}$
-------------------------	----------------	-------------------------	----------------
4. 在下列二次根式中，与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{8}$	B. $-\sqrt{3}$	C. $\sqrt{12}$	D. $\sqrt{48}$
---------------	----------------	----------------	----------------
5. 在下列各组根式中，是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{18}$	B. $\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$
C. $\sqrt{a^2b}$ 和 $\sqrt{ab^2}$	D. $\sqrt{a+1}$ 和 $\sqrt{a-1}$
6. 下列运算正确的是 ()

A. $a + 2a = 2a^2$	B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
C. $(x-3)^2 = x^2 - 9$	D. $(x^2)^3 = x^6$



7. 下列计算中，正确的是 ()

A. $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 2$

B. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$

C. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{c}) = a - \sqrt{bc}$

D. $(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \times \sqrt{10} = \sqrt{10} \times \sqrt{10} = 10$

8. 如果 $\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，那么 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} =$ () .

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. $\frac{9}{2}$

9. 设 $a = \sqrt{7} - 1$ ，则代数式 $a^2 + 2a - 12$ 的值为 ()

A. 24

B. -6

C. $4\sqrt{7} + 10$

D. $4\sqrt{7} + 12$

10. 已知 $a = \sqrt{5} + 2$ ， $b = \sqrt{5} - 2$ ，则 $\sqrt{a^2 + b^2 + 7}$ 的值为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

二、填空题

11. 化简 $\sqrt{80} - \sqrt{45} =$ _____.

12. 计算： $\sqrt{45} - \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{50} =$ _____.

13. 计算 $\sqrt{2} \times \left(\sqrt{6} - 2\sqrt{\frac{1}{2}} \right)$ 的结果等于_____.

14. 若最简二次根式 $\sqrt{3a-5}$ 和 $\sqrt{a+7}$ 是同类二次根式，则 $a =$ _____.

15. 计算： $6\sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3} + 1)^2 =$ _____.

16. 计算： $\sqrt{2} \div (3 - 2\sqrt{2}) =$ _____.

17. 已知 $x = 2 - \sqrt{3}$ ，代数式 $(7 + 4\sqrt{3})x^2 - (2 + \sqrt{3})x + \sqrt{3}$ 的值是_____.

18. 计算： $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$ _____.

19. 已知 $a = \sqrt{5} + 2$ ， $b = \sqrt{5} - 2$ ，则 $ab =$ _____.

20. 计算： $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^{2020} \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{2021} =$ _____.



三、解答题

21. 计算：

$$(1) 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} ;$$

$$(2) \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} .$$

22. 计算：

$$(1) \sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) ;$$

$$(2) (\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6}) .$$

23. 已知 $3x - 2\sqrt{xy} - y = 0 (x > 0, y > 0)$ ，求 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 的值.

24. 计算：

$$(1) \sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{6} ;$$

$$(2) \sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{\frac{4}{3}} .$$

25. 计算：

$$(1) (\sqrt{12} + \sqrt{20}) - (3 - \sqrt{5}) ;$$

$$(2) \sqrt{8} \times \sqrt{6} - 3\sqrt{6} + \sqrt{2} .$$



26. 计算：

$$(1) 2\sqrt{3} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{3} .$$

$$(2) (4\sqrt{2} - 2\sqrt{6}) \div 2\sqrt{2} .$$

27. 计算：

$$(1) \sqrt{5a} \times 2\sqrt{10b} .$$

$$(2) 2b\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{3}{a}\sqrt{a^3b} - \sqrt{9ab} .$$

28. 计算.

$$(1) \sqrt[3]{1 - \frac{35}{8}} + \sqrt{\frac{1}{4}} - |\sqrt{3} - 2| - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) .$$

$$(2) \sqrt[3]{8} + \sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}\left(\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) .$$

29. 已知最简二次根式 $\sqrt[3x-10]{2x+y-5}$ 和 $\sqrt{x-3y+11}$ 是同类二次根式.

(1) 求 x, y 的值;

(2) 求 x, y 平方和的算术平方根.



30. 已知最简二次根式 $\sqrt{x-3}$ 与 $\sqrt{x+3y}$ 是同类二次根式，求 $\sqrt{x^2+12y+1} + \sqrt{x-y-1}$ 的值.

31. 先化简，后求值： $\frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \left(1 + \frac{1}{a-1}\right)$ ，其中 $a = \sqrt{2} + 1$.

32. 先化简，再求值： $\frac{x}{x-1} - \frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x+3}$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

33. 化简求值： $x\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{4y} - \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{\sqrt{y^3}}{y}$ ，其中 $x = 4$ ， $y = \frac{1}{9}$.

34. 先化简，再求值： $\frac{x^2+2x+1}{x+2} \div \frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{3}-2$.



35. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot \frac{a - b}{a + b} - \frac{a}{a - b}$ ，其中 $a = 1 + \sqrt{3}$ ， $b = 1 - \sqrt{3}$ 。

36. 已知 $x = 2 - \sqrt{3}$ ，求 $(7 + 4\sqrt{3})x^2 + (2 + \sqrt{3})x + \sqrt{3}$ 的值。

37. 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$ ， $b = \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$ ，求 $\sqrt{ab} \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)$ 的值。



16.3 二次根式的加减 答案

第一部分

1. D 2. A 3. C 4. A 5. B 6. D 7. B 8. B 9. B 10. C

第二部分

11. $\sqrt{5}$ 12. $\sqrt{5}$ 13. $2\sqrt{3}-2$ 14. 6 15. -4
 16. $3\sqrt{2}+4$ 17. $\sqrt{3}$ 18. $x-y$ 19. 1 20. $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

第三部分

$$\begin{aligned} \text{原式} &= |\sqrt{2}-\sqrt{3}| + \sqrt{3}-\sqrt{2} \\ 21. (1) \text{ 原式} &= 5\sqrt{5} \quad (2) \quad = \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{3}-\sqrt{2} \\ & \quad \quad \quad = 2\sqrt{3}-2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= [\sqrt{2} + (\sqrt{3}-\sqrt{6})] \times [\sqrt{2} - (\sqrt{3}-\sqrt{6})] \\ &= 2 - (\sqrt{3}-\sqrt{6})^2 \\ 22. (1) \text{ 原式} &= 2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1 \\ &= \sqrt{3}-1. \quad (2) \quad = 2 - (3-6\sqrt{2}+6) \\ & \quad \quad \quad = 2-3+6\sqrt{2}-6 \\ & \quad \quad \quad = 6\sqrt{2}-7. \end{aligned}$$

23. 2.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2 - \sqrt{6} + \sqrt{6} \\ 24. (1) \quad &= 2. \quad (2) \quad \text{原式} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ & \quad \quad \quad = \frac{17\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 3 + \sqrt{5} \\ 25. (1) \quad &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - 3; \quad (2) \quad \text{原式} = \sqrt{48} - 3\sqrt{6} + \sqrt{2} \\ & \quad \quad \quad = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{6} + \sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$26. (1) \text{ 原式} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} \quad ; \quad (2) \text{ 原式} = 2 - \sqrt{3} \quad .$$

$$27. (1) \sqrt{5a} \times 2\sqrt{10b} = 2\sqrt{50ab} = 10\sqrt{2ab} \quad .$$

$$(2) 2b\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{3}{a}\sqrt{a^3b} - \sqrt{9ab} \quad ,$$

∴ 由式子可知， a, b 同号，



$$\begin{aligned} \therefore \text{当 } a > 0, b > 0 \text{ 时,} \quad & \text{原式} = 2\sqrt{ab} + 3\sqrt{ab} - 3\sqrt{ab} \\ & = 2\sqrt{ab}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{当 } a < 0, b < 0 \text{ 时,} \quad & \text{原式} = -2\sqrt{ab} - 3\sqrt{ab} - 3\sqrt{ab} \\ & = -8\sqrt{ab}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt[3]{1 - \frac{35}{8}} + \sqrt{\frac{1}{4}} - |\sqrt{3} - 2| - \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \\ & = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 2 + \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} \\ & = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - 2 - 3 + 2\sqrt{3} \\ & = -6 + 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

28.

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sqrt[3]{8} + \sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}\left(\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \\ & = 2 + 5 - \sqrt{5} + 2 - 5 + 1 \\ & = 5 - \sqrt{5}. \end{aligned}$$

29. (1) 由题意，得 $3x - 10 = 2$ ， $2x + y - 5 = x - 3y + 11$ ，解得 $x = 4$ ， $y = 3$ 。

$$(2) \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

30. $x = 5$ ， $y = 2, 6\sqrt{2}$ 。

31. 1.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{x}{x-1} - \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)^2}{x+3} \\ 32. \quad &= \frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} \\ &= -\frac{1}{x-1}. \end{aligned} \quad \text{当 } x = \sqrt{2} + 1 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{\sqrt{2} + 1 - 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\begin{aligned} & x\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{4y} - \frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{\sqrt{y^3}}{y} \\ 33. \quad &= \sqrt{x} + 2\sqrt{y} - \frac{\sqrt{x}}{2} + \sqrt{y} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{2} + 3\sqrt{y}. \end{aligned} \quad \text{当 } x = 4, y = \frac{1}{9} \text{ 时, 原式} = \frac{\sqrt{4}}{2} + 3\sqrt{\frac{1}{9}} = 2.$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+1)^2}{x+2} \div (x+1)(x-1)x - 1 - \frac{x}{x+2} \\
 &= \frac{(x+1)^2}{x+2} \times \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x+2} \\
 34. \quad &= \frac{x+1}{x+2} - \frac{1}{x+2} \\
 &= \frac{1}{x+2}
 \end{aligned}$$

将 $x = \sqrt{3} - 2$ 代入上式，原式 = $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

$$\begin{aligned}
 35. \quad \text{原式} &= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} \cdot \frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a-b} \\
 &= 1 - \frac{a}{a-b} \\
 &= -\frac{b}{a-b}
 \end{aligned}$$

当 $a = 1 + \sqrt{3}$, $b = 1 - \sqrt{3}$ 时,

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= -\frac{1 - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})} \\
 &= -\frac{1 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 36. \quad \because x &= 2 - \sqrt{3} \quad , \quad \therefore x^2 = 7 - 4\sqrt{3} \quad , \\
 \therefore \text{原式} &= (7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \\
 &= 7^2 - (4\sqrt{3})^2 + 4 - 3 + \sqrt{3} \\
 &= 49 - 48 + 1 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

37. 先将 a, b 化简，再代入最简根式求值.

$$\text{由已知得 } a + b = \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{3} \quad ,$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{原式} &= \sqrt{ab} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right) \\
 &= \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} \\
 &= a + b \\
 &= \sqrt{3}
 \end{aligned}$$