18.2 特殊平行四边形

一、知识梳理

矩形的定义：有一个角是直角的**平行四边形**叫做矩形（rectangle）．

矩形的性质

①矩形具有平行四边形的一切性质；　②矩形的四个角都是直角；

③矩形的对角线相等．

矩形的判定

①一个角是直角的**平行四边形**是矩形；　②对角线相等的**平行四边形**是矩形；

③有三个角是直角的四边形是矩形．

菱形的定义：有一组邻边相等的**平行四边形**叫做菱形（rhombus）．

菱形的性质

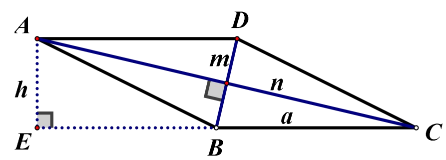
①菱形具有平行四边形的所有性质；　②菱形的四条边都相等；

③菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角．

菱形的面积

菱形面积计算公式 1　$S = ah$（面积=底×高）

菱形面积计算公式 2　$S = \frac{1}{2}mn$（面积=$\frac{1}{2}$对角线 BD ×对角线 AC）



菱形的判定

①一组邻边相等的**平行四边形**是菱形；

②对角线互相垂直的**平行四边形**是菱形；

③四条边相等的四边形是菱形．

正方形的定义：四条边都相等，四个角都是直角的四边形叫做正方形．

正方形的性质

①正方形具有平行四边形、矩形、菱形的所有性质；　②四条边都相等；

③四个角都是直角；　④对角线相等且互相垂直．

正方形的判定

①四条边都相等，四个角都是直角的四边形；　②有一个角是直角的菱形；

③有一组邻边相等的矩形．

直角三角形斜边的中线

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半。

逆定理：在三角形内，经过三角形一边的中点，且与另一边平行的线段，是三角形的中位线。

梯形中位线定理：连接梯形两腰中点的线段叫做梯形的中位线，梯形的中位线平行于两底，并且等于两底和的一半。

一、典例讲练

1. 矩形有而平行四边形不一定有的性质是 (　　)

A. 对角相等　　B. 对边相等　　C. 邻角互补　　D. 对角线相等

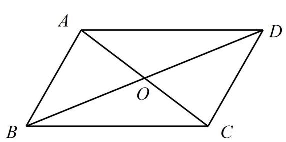
2. 已知，菱形的周长为 20，一条对角线长为 6，则菱形的面积为 (　　)

A. 48　　B. 24　　C. 18　　D. 12

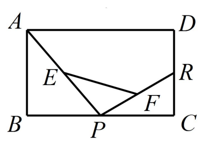
3. 如图，下列四组条件中，能判定平行四边形 $ABCD$ 是正方形的有 (　　)

① $AB=BC$，$\angle A=90°$；② $AC\perp BD$，$AC=BD$；③ $OA=OD$，$BC=CD$；④ $\angle BOC=90°$，$\angle ABD=\angle DCA$．

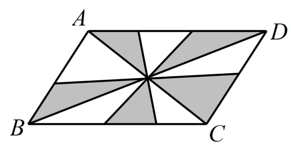
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个



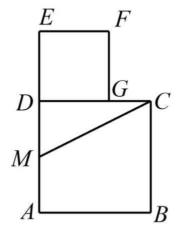
第 3 题图



第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图

4. 如图，已知矩形 $ABCD$ 中，R，P 分别是 DC，BC 上的点，E，F 分别是 AP，RP 的中点，当 P 在 BC 上从 B 向 C 移动而 R 不动时，那么下列结论成立的是 (　　)

A. 线段 EF 的长逐渐增大　　B. 线段 EF 的长逐渐减小

C. 线段 EF 的长不改变　　D. 线段 EF 的长不能确定

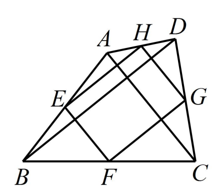
5. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 为对角线，$BC=6$，BC 边上的高为 4，则图中阴影部分的面积为 (　　)

A. 3　　B. 6　　C. 12　　D. 24

6. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中，M 为边 AD 的中点，延长 MD 至点 E，使 $ME=MC$，以 DE 为边作正方形 $DEFG$，点 G 在边 CD 上，则 DG 的长为 (　　)

A. $\sqrt{3}-1$　　B. $3-\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{5}+10$　　D. $\sqrt{5}-1$

7. 如图，顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点．若得到的四边形 $EFGH$ 为矩形，则四边形 $ABCD$ 一定满足 (　　)



A. $AC\perp BD$　　B. $AD\parallel BC$

C. $AC=BD$　　D. $AB=CD$

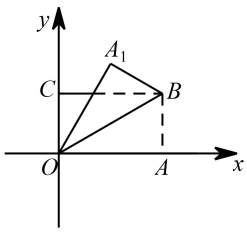
8. 顺次连接四边形 $ABCD$ 各边的中点，若得到的四边形 $EFGH$ 为菱形，则四边形 $ABCD$ 一定满足 (　　)

A. 对角线 $AC=BD$　　B. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

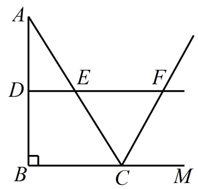
C. 对角线 $AC\perp BD$　　D. $AD\parallel BC$

9. 如图，在直角坐标系中，将矩形 $OABC$ 沿 OB 对折，使点 A 落在 A_1 处．已知 $OB=4$ ，$\angle AOB=30^\circ$ ，则点 A_1 的坐标是 (　　)

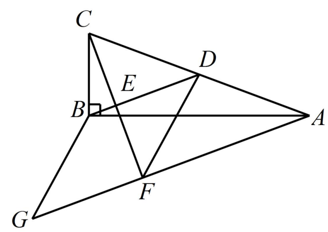
A. $\left(\sqrt{3},3\right)$　　B. $\left(2\sqrt{3},3\right)$　　C. $\left(3,\sqrt{3}\right)$　　D. $\left(2,\sqrt{3}\right)$



第 9 题图



第 10 题图



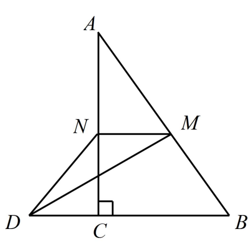
第 11 题图

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$ ，$AB=8$ ，$BC=6$ ，若 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，延长 DE 交 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACM$ 的平分线于点 F，则线段 DF 的长为 (　　)

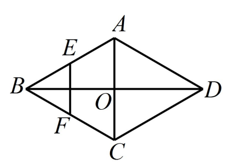
A. 7　　B. 8　　C. 9　　D. 10

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$ ，BD 为 AC 边上的中线，过点 C 作 $CE\perp BD$ 于点 E，过点 A 作 BD 的平行线，交 CE 的延长线于点 F，在 AF 的延长线上截取 $FG=BD$ ，连接 BG，DF．若 $AG=13$ ，$BG=5$ ，则 CF 的长为________．

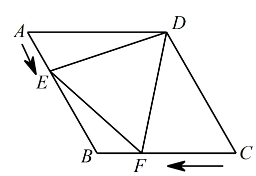
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$ ，M，N 分别是 AB，AC 的中点，延长 BC 至点 D，使 $CD=\frac{1}{3}BD$ ，连接 DM，DN，MN．若 $AB=6$ ，则 $DN=$ ________．



第 12 题图



第 13 题图

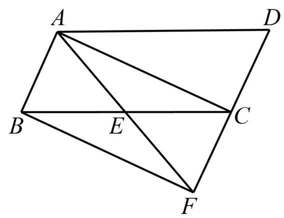


第 14 题图

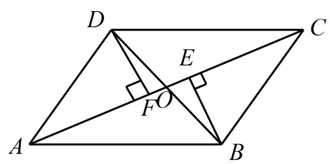
13. 如图，菱形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，BC 边上的中点，连接 EF．若 $EF=\sqrt{3}$ ，$BD=4$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为________．

14. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=4\text{ cm}$ ，$\angle ADC=120^\circ$ ，点 E，F 同时由 A，C 两点出发，分别沿 AB,CB 方向向点 B 匀速移动（到点 B 为止），点 E 的速度为 1 cm/s ，点 F 的速度为 2 cm/s ，经过 t 秒 $\triangle DEF$ 为等边三角形，则 t 的值为________．

15. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点，连接 AE 并延长，交 DC 的延长线于点 F，且 $AF=AD$ ，连接 BF，求证：四边形 $ABFC$ 是矩形.



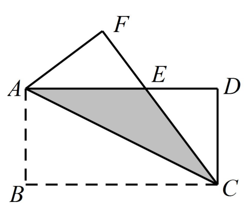
16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 是对角线 AC，BD 的交点，$BE\perp AC$ ，$DF\perp AC$ ，垂足分别为 E，F．那么 OE 与 OF 是否相等?为什么?



17. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿对角线 AC 翻折，点 B 落在点 F 处，FC 交 AD 于点 E．

（1）求证：$\triangle AFE\cong\triangle CDE$ ；

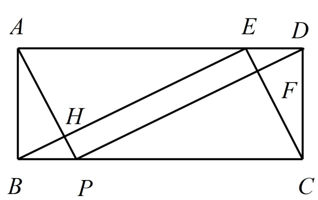
（2）若 $AB=4$ ，$BC=8$ ，求图中阴影部分的面积.

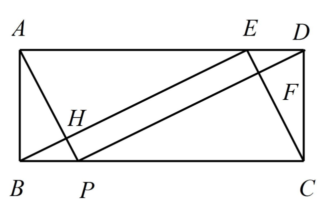


18. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$ ，$BC=5$ ，E，P 分别在边 AD，BC 上，且 $DE=BP=1$ ．

（1）判断 $\triangle BEC$ 的形状，并说明理由.

（2）连接 AP，CE，分别交 BE，DP 于点 H 、点 F，判断四边形 $EFPH$ 是什么特殊四边形?并证明你的判断.

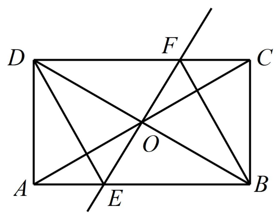




19. 如图，点 O 为矩形 $ABCD$ 对角线 AC 的中点，过点 O 的直线分别与 AB，CD 交于点 E，F，连接 BF，DE，BO.

（1）求证：$OE=OF$；

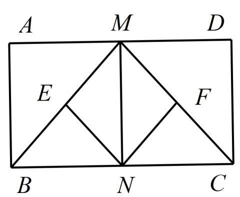
（2）若 $\angle COB=60^\circ$，$FO=FC$．求证：四边形 $EBFD$ 是菱形.



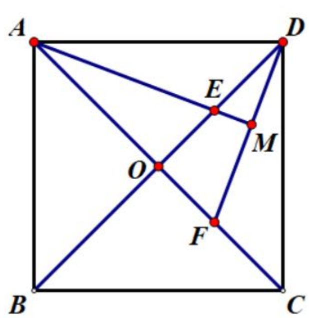
20. 已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中，M、N 分别是边 AD、BC 的中点，E、F 分别是线段 BM、CM 的中点.

（1）求证：$\triangle ABM\cong\triangle DCM$；

（2）填空：当 $AB:AD=$ ________ 时，四边形 $MENF$ 是正方形.



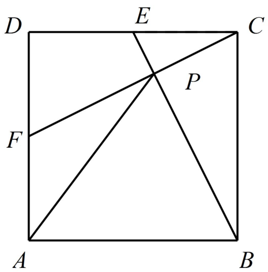
21. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，E，F 分别在 OD，OC 上，且 $DE=CF$，连接 DF，AE，AE 的延长线交 DF 于点 M．求证：$AM\perp DF$．



22. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别是 CD，DA 的中点．BE 与 CF 相交于点 P．

（1）求证：$BE \perp CF$ ；

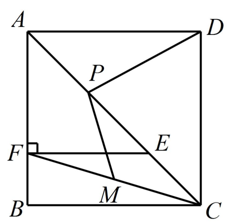
（2）判断 PA 与 AB 的数量关系，并说明理由．



23. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC 上一点，$EF \perp AB$ 于 F，点 P，M 分别为 AE，CF 的中点．

（1）求证：$PM = \frac{1}{2}CF$ ；

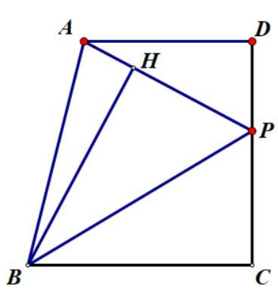
（2）当点 E 在对角线 AC（不含 A，C 两点）上运动时，求证$\frac{PD}{PM}$ 的值为定值$\sqrt{2}$



24. 如图，已知四边形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$ ，$\angle C = 90^\circ$ ，P 是 CD 上一点，$BH \perp AP$ 于 H，$BH = BC = CD$ ．

（1）求证：$\angle ABP = 45^\circ$ ；

（2）若 $BC = 20$ ，$PC = 12$ ，求 AP 的长．



18.2 特殊平行四边形 答案

第一部分

1. D 2. B 3. D 4. C 5. C 6. D 【解析】∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，M 为边 DA 的中点，

$\therefore DM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}DC=1$ ．$\therefore CM=\sqrt{DC^2+DM^2}=\sqrt{5}$ ，$\therefore ME=MC=\sqrt{5}$ ．

$\therefore ED=EM-DM=\sqrt{5}-1$ ．∵ 四边形 $EDGF$ 是正方形，$\therefore DG=DE=\sqrt{5}-1$ ．

7. A 8. A 9. A 10. B 【解析】提示：$DE=3$ ，由勾股定理，得 $AC=10$ ．

$\because \angle ECF=\angle MCF=\angle EFC$ ，$\therefore EF=CE=5$ ．

11. 6【解析】∵ $AG\parallel BD$ ，$BD=FG$ ，∴ 四边形 $BGFD$ 是平行四边形，∵ $CF\perp BD$ ，

$\therefore CF\perp AG$ ，又点 D 是 AC 中点，$\therefore BD=DF=\frac{1}{2}AC$ ，∴ 四边形 $BGFD$ 是菱形，

$\because BG=5$ ，$\therefore FG=5$ ．则 $AF=13-5=8$ ，$AC=2BD=10$ ．在 $\mathrm{Rt}\triangle ACF$ 中，

$\angle CFA=90^\circ$ ，$\therefore AF^2+CF^2=AC^2$ ，即 $8^2+CF^2=10^2$ ，解得：$CF=6$ ．

12. 3【解析】连接 CM ．∵ M，N 分别是 AB，AC 的中点，

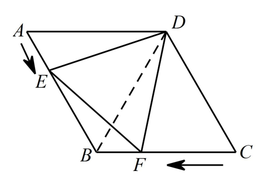
$\therefore NM=\frac{1}{2}CB$ ，$MN\parallel BC$ ，又 $CD=\frac{1}{3}BD$ ，$\therefore MN=CD$ ．

又 $MN\parallel BC$ ，∴ 四边形 $DCMN$ 是平行四边形，

$\therefore DN=CM$ ．$\because \angle ACB=90^\circ$ ，M 是 AB 的中点，$\therefore CM=\frac{1}{2}AB=3$ ，$\therefore DN=3$ ．

13. $4\sqrt{7}$

14. $\frac{4}{3}$【解析】连接 BD ．∵ 在菱形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=120^\circ$ ，



$\therefore AD=AB$ ，$\angle A=60^\circ$ ，$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle ADC=60^\circ$ ．

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形．$\therefore BD=AD$ ．∵ 若 $\triangle DEF$ 是等边三角形，则

$\angle DEF=60^\circ$ ，$DE=DF$ ，$\therefore \angle ADE=\angle BDF$ ，在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDF$ 中，

$\begin{cases} AD=BD, \\ \angle ADE=\angle BDF, \\ DE=DF, \end{cases}$ $\therefore \triangle ADE\cong\triangle BDF$ （SAS）．$\therefore AE=BF$ ．∴ 当 $AE=BF$ 时，$\triangle DEF$ 是等边三角形，∵ E 的速度为 $1\ \mathrm{cm/s}$ ，点 F 的速度为 $2\ \mathrm{cm/s}$ ，$\therefore AE=t\ \mathrm{cm}$ ，$CF=2t\ \mathrm{cm}$ ，

则 $BF=BC-CF=4-2t$ （cm），$\therefore t=4-2t$ ，解得：$t=\frac{4}{3}$ ．

15. 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $AB \parallel CD$ ，$AB = CD$ ，$AD = BC$ ，所以 $\angle BAE = \angle CFE$ ，$\angle ABE = \angle FCE$ ，因为 E 为 BC 的中点，所以 $EB = EC$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FCE$ 中，$\begin{cases} \angle BAE = \angle CFE, \\ \angle ABE = \angle FCE, \\ EB = EC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle FCE$ ，所以 $AB = CF$ ，

因为 $AB \parallel CF$ ，所以四边形 $ABFC$ 是平行四边形，因为 $AF = AD$ ，所以 $BC = AF$ ，所以四边形 $ABFC$ 是矩形.

16. $OE = OF$ ．理由如下：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore$ $OB = OD$ ．又 $BE \perp AC$ ，$DF \perp AC$ ，$\therefore$ $\angle OFD = \angle OEB$ ．又 $\angle DOF = \angle BOE$ ，$\therefore$ $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ ．$\therefore$ $OE = OF$ ．

17.（1） 由翻折性质知：$AF = AB$ ，$\angle F = \angle B = 90^\circ$ ，$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，$\therefore$ $AB = CD$ ，$\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，$\therefore$ $AF = CD$ ，$\angle F = \angle D = 90^\circ$ ，在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle CDE$ 中，

$\begin{cases} \angle F = \angle D, \\ \angle AEF = \angle CED, \\ AF = CD, \end{cases}$ $\therefore$ $\triangle AFE \cong \triangle CDE\,(\mathrm{AAS})$ ．

（2）$\because$ $\triangle AFE \cong \triangle CDE$ ，$\therefore$ $AE = CE$ ，设 $AE = CE = x$ ，则 $DE = 8 - x$ ，在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$EC^2 = ED^2 + DC^2$ ，即 $x^2 = (8-x)^2 + 4^2$ ，解得 $x = 5$ ，$\therefore$ $AE = 5$ ，$\therefore$ 阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}AE \times DC = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$ ．

18.（1） 结论：$\triangle BEC$ 是直角三角形．理由：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore$ $AB = CD = 2$ ，$BC = AD = 5$ ，$\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ，$\because$ $DE = PB = 1$ ，$\therefore$ $AE = 4$ ，在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，$\because$ $\angle EDC = 90^\circ$ ，$DE = 1$ ，$CD = 2$ ，$\therefore$ $EC = \sqrt{ED^2 + DC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\because$ $\angle BAE = 90^\circ$ ，$AE = 4$ ，$AB = 2$ ，$\therefore$ $BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，$\because$ $BE^2 + EC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 = 25$ ，$BC^2 = 25$ ，$\therefore$ $BE^2 + EC^2 = BC^2$ ，$\therefore$ $\angle BEC = 90^\circ$ ，$\therefore$ $\triangle BEC$ 是直角三角形.

（2）结论：四边形 $EFPH$ 是矩形．理由：$\because$ $ED = PB$ ，$ED \parallel BP$ ，$\therefore$ 四边形 $EDPB$ 是平行四边形，$\therefore$ $BE \parallel PD$ ，$\because$ $AE = PC$ ，$AE \parallel PC$ ，$\therefore$ 四边形 $AECP$ 是平行四边形，$\therefore$ $AP \parallel EC$ ，$\therefore$ 四边形 $EFPH$ 是平行四边形，$\because$ $\angle FEH = 90^\circ$ ，$\therefore$ 四边形 $EFPH$ 是矩形.

19.（1）因为在矩形 $ABCD$ 中，$OD=OB$，$DC\parallel AB$，所以 $\angle FDO=\angle OBE$，$\angle DFO=\angle OEB$，

在 $\triangle OFD$ 和 $\triangle OEB$ 中，$\begin{cases}\angle FDO=\angle OBE,\\ \angle DFO=\angle OEB,\\ OD=OB,\end{cases}$ 所以 $\triangle OFD\cong\triangle OEB$，所以 $OE=OF$；

（2）因为 $\angle COB=60^\circ$，所以 $\angle OCB=60^\circ$，所以 $\angle DCO=30^\circ$，又因为 $FO=FC$，所以 $\angle FOC=\angle FCO=30^\circ$，所以 $\angle FOB=60^\circ+30^\circ=90^\circ$．因为 $OE=OF$，$OD=OB$，所以四边形 $DEBF$ 是平行四边形，因为 $\angle FOB=90^\circ$，所以四边形 $EBFD$ 为菱形.

20.（1）$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore AB=DC$，$\angle A=\angle D=90^\circ$．$\because M$ 为 AD 的中点，

$\therefore AM=DM$．在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 中，$\begin{cases}AM=DM,\\ \angle A=\angle D,\\ AB=DC,\end{cases}$ $\therefore\triangle ABM\cong\triangle DCM$ (SAS)．

（2）$1:2$【解析】$\because AB:AD=1:2$，$AM=DM$，$AB=CD$，
$\therefore AB=AM=DM=DC$．$\because\angle A=\angle D=90^\circ$，
$\therefore\angle ABM=\angle AMB=\angle DMC=\angle DCM=45^\circ$，$\therefore\angle BMC=90^\circ$．
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore\angle ABC=\angle DCB=90^\circ$，$\therefore\angle MBC=\angle MCB=45^\circ$，
$\therefore BM=CM$．$\because N$、E、F 分别是 BC、BM、CM 的中点，$\therefore BE=CF$，$ME=MF$，$NF\parallel BM$，$NE\parallel CM$，$\therefore$ 四边形 $MENF$ 是平行四边形．$\because ME=MF$，$\angle BMC=90^\circ$，$\therefore$ 四边形 $MENF$ 是正方形，即当 $AB:AD=1:2$ 时，四边形 $MENF$ 是正方形.

21. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore AD=CD$，$\angle ADE=45^\circ$，$\angle DCF=45^\circ$，$\angle ADC=90^\circ$．

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle DCF$ 中，$\begin{cases}AD=DC,\\ \angle ADE=\angle DCF,\\ DE=CF,\end{cases}$ $\therefore\triangle ADE\cong\triangle DCF$（SAS），

$\therefore\angle DAE=\angle CDF$．$\because\angle CDF+\angle ADF=90^\circ$，$\therefore\angle DAE+\angle ADF=90^\circ$，
$\therefore\angle AMD=90^\circ$，即 $AM\perp DF$．

22.（1）因为点 E，F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CD 和 AD 的中点，所以 $EC=DF$．

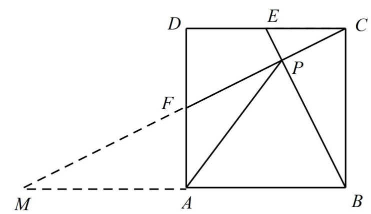
在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle CDF$ 中，$\begin{cases}BC=CD,\\ \angle BCE=\angle CDF,\\ CE=DF,\end{cases}$ 所以 $\triangle BCE\cong\triangle CDF$ (SAS)，

所以 $\angle CBE=\angle DCF$．因为 $\angle DCF+\angle BCP=90^\circ$，所以 $\angle CBE+\angle BCP=90^\circ$，

所以 $BE \perp FC$.

（2） 延长 CF，BA 交于点 M．因为 $FC \perp EB$ ，

所以 $\angle BPM = 90^\circ$.

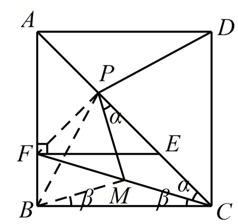


因为在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle MAF$ 中，$\begin{cases} \angle CFD = \angle MFA, \\ FD = FA, \\ \angle CDF = \angle MAF, \end{cases}$

所以 $\triangle CDF \cong \triangle MAF\,(\mathrm{ASA})$ ，所以 $CD = AM$ ．因为 $CD = AB$ ，所以 $AB = AM$ ．

所以 PA 是直角 $\triangle BPM$ 斜边 BM 上的中线，所以 $AP = \dfrac{1}{2}MB$ ．所以 $AP = AB$ ．

23.（1） 连接 PF，如图 1，$\because$ 点 E 是正方形对角线上一点，$EF \perp AB$ ，



$\therefore$ $\triangle AFE$ 是等腰直角三角形，$\because$ P 为 AE 的中点，$\therefore$ $FP \perp AE$ ，

在 Rt$\triangle PFC$ 中，M 为斜边 FC 的中点，$\therefore$ $PM = \dfrac{1}{2}CF$ ．

（2） 是定值．连接 PB，MB．易证 $\triangle PAB \cong \triangle PAD$ ，

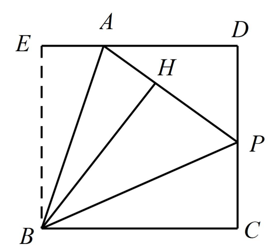
$\therefore$ $PB = PD$ ，由（1）知：$PM = \dfrac{1}{2}CF$ ，又$\because$ $BM = \dfrac{1}{2}CF$ ，

$\therefore$ $PM = BM$ ，设 $\angle MPC = \angle MCP = \alpha$ ，$\angle MBC = \angle MCB = \beta$ ，

则 $\angle PMB = 2(\alpha + \beta) = 90^\circ$ ，$\therefore$ $\triangle BPM$ 为等腰直角三角形，

$\therefore$ $PB = \sqrt{2}PM$ ，$\therefore$ $PD = \sqrt{2}PM$ ，$\therefore$ $\dfrac{PD}{PM} = \sqrt{2}$ ．

24.（1） 如图，作 $BE \perp DA$ 于 E，$\because AD \parallel BC$ ，$\angle C = 90^\circ$ ，



$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$ ，$\therefore \angle D = \angle C = \angle E = 90^\circ$ ，$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是矩形，

$\therefore BE = CD = BC = BH$ ，$\because BH \perp AP$ ，$\therefore \angle AHB = \angle BHP = 90^\circ$ ，

在 Rt$\triangle ABE$ 和 Rt$\triangle ABH$ 中，$\begin{cases} AB = AB, \\ BE = BH, \end{cases}$ $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ABH$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle ABH$ ，同理可证 $\triangle PBH \cong \triangle PBC$ ，$\therefore \angle PBH = \angle PBC$ ，

$\because \angle EBC = 90^\circ$ ，$\therefore 2\angle ABH + 2\angle PBH = 90^\circ$ ，$\therefore \angle ABH + \angle PBH = 45^\circ$ ，$\therefore \angle ABP = 45^\circ$ ．

（2） 由（1）可知，四边形 $BCDE$ 是矩形，$\because BC = CD$ ，$\therefore$ 四边形 $BCDE$ 是正方形，

$\therefore BC = CD = DE = BE = 20$ ，$\because \triangle ABE \cong \triangle ABH$ ，$\triangle PBH \cong \triangle PBC$ ，$\therefore AE = AH$ ，

$PC = PH$ ，$\therefore AP = AE + PC$ ，设 $AP = x$ ，$\because PC = 12$ 则 $AE = x - 12$ ，

$AD = 20 - (x - 12) = 32 - x$ ，$PD = 8$ ，在 Rt$\triangle ADP$ 中，$\because AD^2 + DP^2 = AP^2$ ，

$\therefore (32 - x)^2 + 8^2 = x^2$ ，$\therefore x = 17$ ，$\therefore AP = 17$ ．