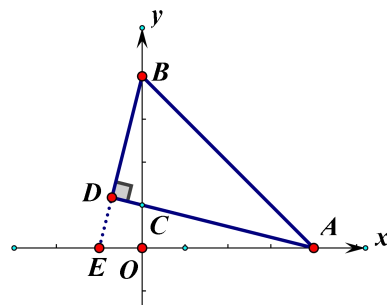




专题一：一次函数与几何综合

1、如图，A(4,0)，B(0,4)，C(0,1)，AC⊥BD 垂足为 D

- (1) 求 AB 的解析式；
 (2) 求 D 点的坐标；



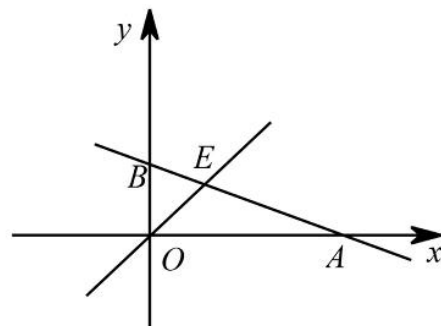
(1) 由题意，设直线 AB 的解析式为 $y = kx + 4$ ，把 A(4, 0) 代入，得 $4k + 4 = 0$ ，
 $\therefore k = -1$ ，
 $\therefore AB$ 的解析式为 $y = -x + 4$ ；
 (2) 由题意设直线 AC 的解析式为 $y = ax + 1$ ，把 A(4, 0) 代入，得 $4a + 1 = 0$ ，
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$ ，即直线 AC 的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ ，

$\because AC \perp BD$ ，
 \therefore 直线 BD 的解析式为 $y = 4x + 4$
 联立 $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 1 \\ y = 4x + 4 \end{cases}$ ，
 解得： $\begin{cases} x = -\frac{12}{17} \\ y = \frac{20}{17} \end{cases}$
 $\therefore D$ 点的坐标为 $(-\frac{12}{17}, \frac{20}{17})$ 。

2、如图，已知函数 $y = -\frac{1}{3}x + b$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，与函数 $y = x$ 的图象交于点 E，点 E 的横坐标为 3。

(1) 求点 A 的坐标；

(2) 在 x 轴上有一点 F(a, 0)，过点 F 作 x 轴的垂线，分别交函数 $y = -\frac{1}{3}x + b$ 和 $y = x$ 的图象于点 C、D，若以点 B、O、C、D 为顶点的四边形为平行四边形，求 a 的值。



(1) 把 $x = 3$ 代入 $y = x$ ，得： $y = 3$ ，即 $E(3, 3)$ ，
 把 E 坐标代入 $y = -\frac{1}{3}x + b$ 中，得： $b = 4$ ，
 即函数解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 4$ ，
 令 $y = 0$ ，得到 $x = 12$ ，
 则 A(12, 0)；

(2) 直线 AB 解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + 4$ ，
 由题意可知，C、D 的横坐标为 a，
 $\therefore C(a, -\frac{1}{3}a + 4)$ ， $D(a, a)$ ，
 $\therefore CD = a - (-\frac{1}{3}a + 4) = \frac{4}{3}a - 4$ ，
 若以点 B、O、C、D 为顶点的四边形为平行四边形，
 $\therefore CD = OB = 4$ ，即 $\frac{4}{3}a - 4 = 4$ ，
 解得： $a = 6$ 。



专题二：一次函数代几综合（构一般全等）

1、如图，AB 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x + 1$ ，C (0, -1)，直线 MN 交 AB 于 M 点，交 AC 的延长线于 N 点，MH ⊥ BC，垂足为 H 点，若 BM=CN，求 PH 的值.

过点N作DN ⊥ y轴，

由直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 易求 A (-3, 0)，B (0, 1)，

∴ C (0, -1)，

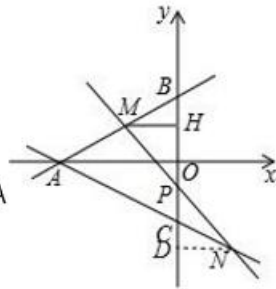
∴ AB=AC，

∴ ∠MBH=∠NCD

∵ BM=CN，MH ⊥ BC，

∴ △MBH ≌ △DNC (AAS)，

∴ DC=BH，MH=DN，



∵ MH ∥ DN，

∴ ∠DNP=∠HMO，

∴ △MHP ≌ △PDN (AAS)，

∴ PD=PH，

∵ CB=BH+HP+PC=PH+PD=2PH，

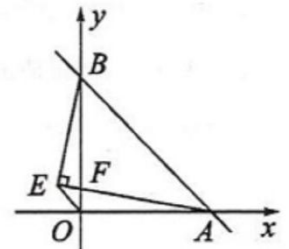
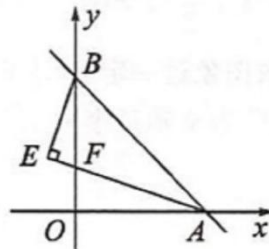
又 ∵ BC=2，

∴ PH=1.

2、已知直线 $y = -x + 3$ 与坐标轴交于 A、B 两点.

(1) F (0,1)，连 AF，过 B 点作 BE ⊥ AF 于 E，求 E 点坐标；

(2) 当 F 点在 y 轴上运动时，BE ⊥ AF 于 E，求 ∠OEA 的度数.



3. (1) 延长 BE 交 x 轴于 M，△AOF ≌ △BOM，∴ M

(-1,0). 易求 BM: $y = 3x + 3$, AF: $y = -\frac{1}{3}x + 1$, ∴ E

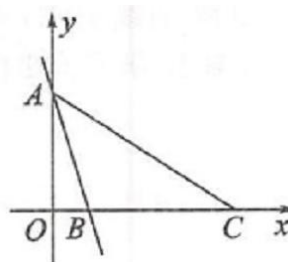
$(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$.

(2) 45°.



专题三：一次函数代几综合（利用 45° 构全等）

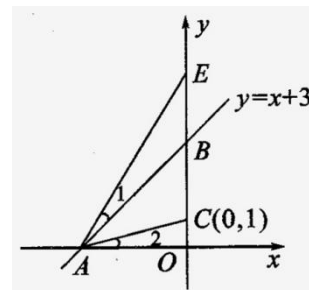
1、如图，直线 $y=-3x+3$ 与坐标轴交于 A、B 两点，点 C 为 x 轴正半轴上一点， $\angle CAB=45^\circ$ ，求 C 点坐标



2. 过 B 点作 $BE \perp AB$ ，交 AC 于 E 点，过 E 点作 $EF \perp BC$ 于 F 点. 证： $\triangle AOB \cong \triangle BEF \rightarrow E(4, 1)$ ， $AE: y = -\frac{1}{2}x + 3, C(6, 0)$.

2、如图，直线 $y=x+3$ 与坐标轴交于 A、B 两点，C (0, 1) .

- (1) 求 A、B 坐标及 AC 的解析式；
- (2) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，求 E 点坐标.

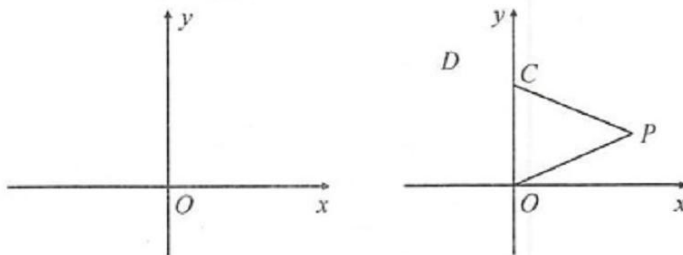


(1)略;(2) $\because \angle EAC = 45^\circ$ ，过 C 作 $CH \perp AC$ 交 AE 于 H 点. 过 H 点作 $HM \perp BC$ 交直线 BC 于 M 点. 证 $\triangle AOC \cong \triangle CHM \rightarrow H(-1, 4)$ 结合一次函数易求 $E(0, 6)$

3、已知一次函数 $y = 2kx - 3k + \frac{1}{2}$ ($k \neq 0$)

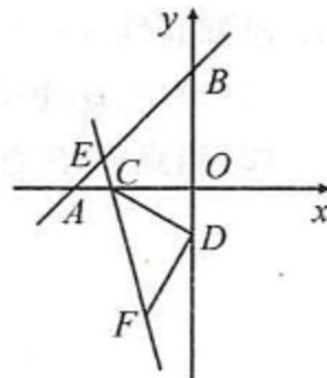
- (1) 不论 k 为何值时，函数图象过一定点，求定点的坐标；
- (2) 设 (1) 中的定点为 P，C 为 y 轴正半轴上一点， $\angle CPO = 45^\circ$ ，求 $S_{\triangle OPC}$

(1) $P(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.
 (2) 过 O 作 $OD \perp OP$ 交 PC 的延长线于 D，过 P、D 作 x 轴的垂线于 F、E，则 $\triangle DOE \cong \triangle OPF$ ， $\therefore DE = OF = \frac{3}{2}$ ， $OE = PF = \frac{1}{2}$ ， $\therefore D(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ， \therefore 直线 PD: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$ ，交 y 轴于 $C(0, \frac{5}{4})$ ， $\therefore S_{\triangle OPC} = \frac{15}{16}$.





4.如图，在直角坐标系中，直线 $y=x+4$ 与 x 轴负半轴交于点 A ，与 y 轴正半轴交于点 B 。直线 $y=kx+3k$ ($k<0$) 交直线 AB 于点 E ，交 x 轴于点 C ，点 D 坐标是 $(0,-2)$ ，过 D 点作 $DF \perp CD$ 交 EC 于 F 点，若 $\angle AEC = \angle CDO$ ，求点 F 的坐标。



4.作 $FG \perp y$ 轴于 G ，由题意可知 $OC=3$ ，设 $\angle AEC = \angle CDO = x$ ， $\angle FCO = \angle ACE = 135^\circ - x$ ， $\angle OCD = 90^\circ - x$ ， $\angle DCF = 135^\circ - x - (90^\circ - x) = 45^\circ$ ， $\therefore \triangle CDF$ 为等腰直角三角形， $\therefore \triangle CDO \cong \triangle DFG$ ， $\therefore OD = FG = 2$ ， $DG = CO = 3$ ， $\therefore F(-2, -5)$ 。

5、如图 1，直线 AB 的解析式为 $y=4x+4$ ， $OA=OC$ 。

- (1) 求 C 点坐标；
- (2) 点 P 在 BA 的延长线上，且 $\angle BPC=45^\circ$ ，求 P 点坐标；
- (3) 如图 2，若点 P 在 AB 上， $\angle APC=45^\circ$ ，求 P 点坐标。

5.(1) C 点坐标为： $(1,0)$ ；(2)过 C 点作 $CE \perp PC$ ，交 AB 于 E ，构造全等可得 $P(-\frac{23}{17}, -\frac{24}{17})$
(3)过 C 点作 $CE \perp CP$ 交 BA 的延长线于 E ，方法同上可得 $P(-\frac{7}{17}, \frac{40}{17})$ 。

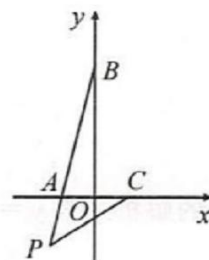


图 1

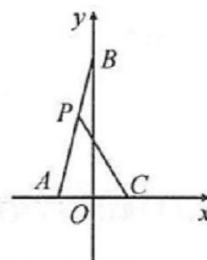


图 2

6、如图，直线 $y=x+4$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B 。

- (1) 直接写出 A 、 B 两点坐标；
- (2) 若 P 为直线 $y=x+4$ 上一点，且 $S_{\triangle PBO} = 2$ ，求 P 点坐标；
- (3) 若 P 、 Q 为直线 $y=x+4$ 上的点， P 在第二象限， P 到 x 轴距离为 3，且 $\angle POQ=45^\circ$ ，试求 Q 点的坐标；
- (4) 若直线 AB 上两点 P 、 Q ，且 $P(-5,-1)$ ， $\angle POQ=135^\circ$ ，直接写出 Q 点坐标。

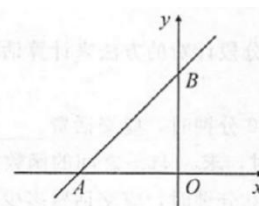
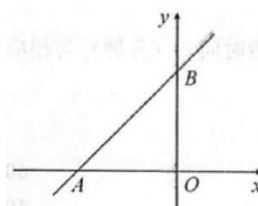
例(1) $A(-4,0)$ 、 $B(0,4)$ 。

(2) $S_{\triangle PBO} = \frac{1}{2} \times 4 \times |x_P| = 2$ ， $|x_P| = 1$ ， $\therefore P(-1,3)$ 或 $(1,5)$ 。

(3) $P(-1,3)$ ，过点 P 作 $PC \perp PO$ 交 OQ 于 C ，如图， $\triangle PCD \cong \triangle OPE$ (AAS)， $\therefore C(2,4)$ ， \therefore 直线 $OQ: y = 2x$ ，联立

$$\begin{cases} y=2x \\ y=x+4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}, \therefore Q(4,8); \text{同理可得} Q(-\frac{8}{3}, \frac{4}{3}).$$

(4) $Q(8,12)$ 。



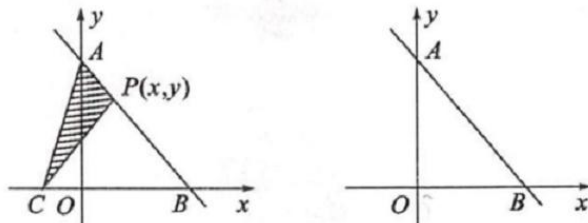
备用图



专题四：一次函数代几综合（数形结合）

1、已知直线 $y = -x + 4$ 与坐标轴交于 A、B 两点，C (-2, 0)，P (x, y) 在线段 AB 上。

- (1) 设 $S_{\triangle ACP} = S$ ，写出 S 与 x 的函数关系，并求 x 的取值范围；
 (2) 当点 P 在直线 AB 上时， $S_{\triangle ACP} = 15$ ，求 P 点坐标。



1. (1) $S = 3x (0 \leq x \leq 4)$; (2) (5, -1) 或 (-5, 9).

2、(1) 如图 1，直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x + 1$ ，C (0, -2)，过 y 轴上 M 点的直线 $y = kx - 1$ 交 AB 于 G 点，交 AC 于 N 点，且 $MN = MG$ ，求 k.

(2) 如图 2，直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x + 1$ ，C (0, -2)，直线 $y = kx + k$ 交 AB 于 E 点，交 AC 于 F 点，且 $PE = PF$ ，求 k.

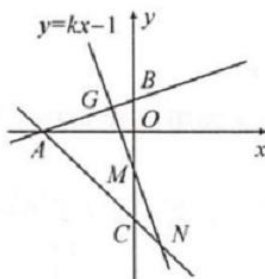


图 1

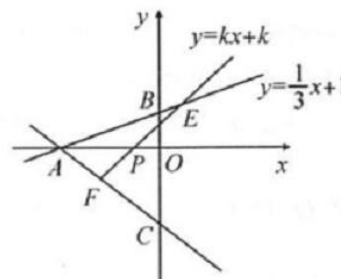


图 2

2. (1) 由全等知 $x_G + x_N = 0$, $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 1 \\ y = kx - 1 \end{cases} \Rightarrow x_G =$

$\frac{6}{3k-1}$ $\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x - 2 \\ y = kx - 1 \end{cases} \Rightarrow x_N = \frac{-3}{3k+2}, \therefore k = -\frac{5}{3};$

(2) P (-1, 0) 由全等知 $y_E + y_F = 0$, $\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + 1 \\ y = kx + k \end{cases} \Rightarrow$

$y_E = \frac{2k}{3k-1}, \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x - 2 \\ y = kx + k \end{cases} \Rightarrow y_F = \frac{-4k}{3k+2}, \therefore k = \frac{4}{3}$



3、已知，如图 1，在平面直角坐标系内，直线 $l_1: y = -x + 4$ 与坐标轴分别相交于点 A、B，与直线 $l_2: y = \frac{1}{3}x$ 相交于点 C.

(1) 求点 C 的坐标；

(2) 如图 1，平行于 y 轴的直线 $x = a$ 交直线 l_1 于点 E，交直线 l_2 于点 D，交 x 轴于 M，若 $DE = 2DM$ ，求 a 的值；

(3) 如图 2，点 P 是第四象限内一点，且 $\angle BPO = 135^\circ$ ，连接 AP，探究 AP 与 BP 之间的位置关系，并证明你的结论.

(1) $C(3,1)$;(2) $a=2$ 或 6 ;(3)过点 O 作 $OQ \perp OP$ ，交 BP 的延长线于点 Q.先证 $\triangle POQ$ 为等腰直角三角形，再证 $\triangle AOP \cong \triangle BOQ$ ， $AP \perp BP$.

