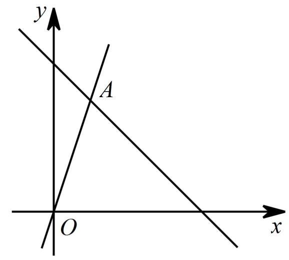
19.1-19.3 一次函数 习题课

一、选择题



1. 如图，函数 $y=3x$ 和 $y=ax+4$ 的图象相交于点 $A(1,3)$，则不等式 $3x\geq ax+4$ 的解集为 (　　)

A. $x\geq 1$　　　　B. $x\leq 3$

B. C. $x\leq 1$　　　　D. $x\geq 3$

2. 已知函数 $y=|x-b|$，当 $x=1$ 或 $x=3$ 时，对应的两个函数值相等，则实数 b 的值是 (　　)

A. 1　　　　B. -1　　　　C. 2　　　　D. -2

3. 张老师买了一辆汽车，为了掌握车的油耗情况，在连续两次加油时做了如下工作：

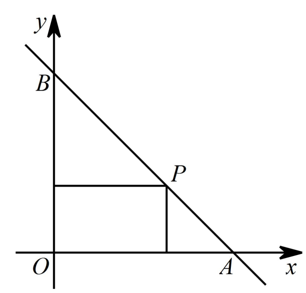
（1）把油箱加满油；

（2）记录了两次加油时的累计里程（注："累计里程"指汽车从出厂开始累计行驶的路程）．以下是张老师连续两次加油时的记录：

加油时间	加油量（升）	加油时的累计里程（千米）
2021 年 1 月 3 日	18	6200
2021 年 1 月 10 日	30	6600

则在这段时间内，该车每 100 千米平均耗油量为 (　　)

A. 3 升　　　　B. 5 升　　　　C. 7.5 升　　　　D. 9 升

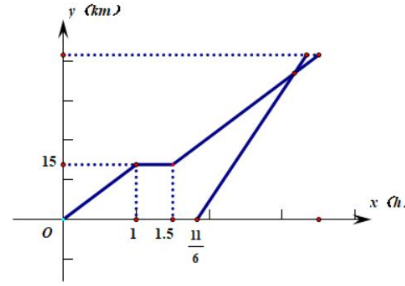


4. 如图，一直线与两坐标轴的正半轴分别交于 A，B 两点，P 是线段 AB 上任意一点（不包括端点），过 P 分别作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形的周长为 10，则该直线的函数表达式是 (　　)

A. $y=x+5$　　　　B. $y=x+10$

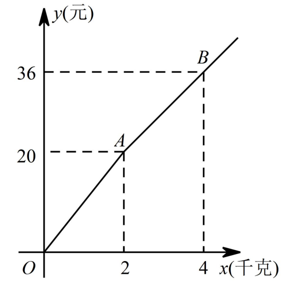
C. $y=-x+5$　　　　D. $y=-x+10$

二、填空题



5. 周末，小华骑自行车从家出发到植物园玩，从家出发 1 小时后，因自行车损坏修理了一段时间后，按原速前往植物园，小华从家出发 1 小时 50 分后，爸爸从家出发骑摩托车沿相同路线前往植物园，如图是他们家的路程 y(km) 与小华离家的时间 x(h) 的函数图象，已知爸爸骑摩托车的速度是小华骑车速度的 2 倍，若爸爸比小华早 10 分达到植物园，则小华家到植物园的路程是 ________ km．

6. 如图所示，购买一种苹果，所付款金额 y（元）与购买量 x（千克）之间的函数图象由线段 OA 和射线 AB 组成，则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省________ 元．



三、解答题

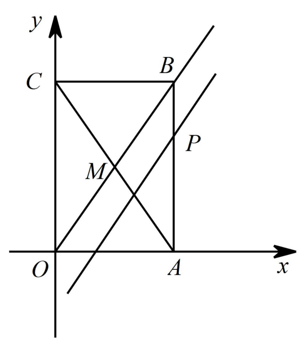
7. 如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，点 $A(2,0)$，点 $C(0,4)$，矩形 $OABC$ 的对角线的交点为 M，点 $P(2,3)$．

（1）直线 OB 的解析式为________；

（2）过点 P 且与直线 OB 平行的直线的解析式为________；

（3）点 M 的坐标为________；

（4）点 Q 在直线 AC 上，$\triangle QMB$ 的面积与 $\triangle PMB$ 的面积相等，求点 Q 的坐标．



8. （1）将直线 $y=-3x-1$ 向右平移 2 个单位长度后的解析式为________；

（2）在平面直角坐标中，$A(-1,3)$，$B(3,1)$，在 x 轴上求一点 C，使 $CA+CB$ 最小，则 C 点坐标为________．

9. 已知点 $A(6,0)$ 及在第一象限的动点 $P(x,y)$，且 $x+y=10$，设 $\triangle OAP$ 的面积为 S．

（1）求 S 关于 x 的函数解析式，并直接写出 x 的取值范围；

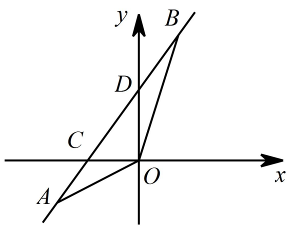
（2）当 $S=12$ 时，求 P 点的坐标；

（3）画出函数 S 的图象．

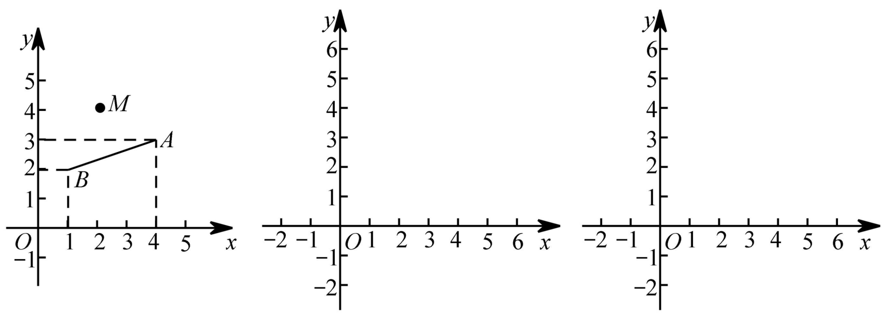
10. 如图，已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过 $A(-2,-1)$，$B(1,3)$ 两点，并且交 x 轴于点 C，交 y 轴于点 D.

（1）求该一次函数的表达式；

（2）求 $\triangle AOB$ 的面积.



11. 如图，点 A 的坐标为 $(4,3)$，点 B 的坐标为 $(1,2)$，点 M 的坐标为 (m,n).



备用图

（1）三角形 ABM 的面积为 3，当 $m=4$ 时，直接写出点 M 的坐标为________；

（2）若三角形 ABM 的面积不超过 3，当 $m=3$ 时，求 n 的取值范围；

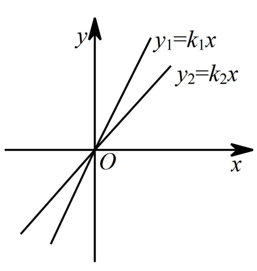
（3）三角形 ABM 的面积为 3，当 $1\le m\le 4$ 时，直接写出 m 与 n 的数量关系为________.

12. 已知函数 $y=x$，$y=-2x$，$y=\frac{1}{2}x$，$y=3x$.

（1）在同一平面直角坐标系内画出函数的图象；

（2）探索发现：观察这些函数的图象可以发现，随着 $|k|$ 的增大，直线与 y 轴的位置关系有何变化?

（3）灵活运用：已知正比例函数 $y_1=k_1x$，$y_2=k_2x$ 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示，试比较 k_1 与 k_2 的大小.



13. 玩具加工厂预计生产甲、乙两种玩具产品共 50 件，已知生产一件甲种玩具需要 A 种原料 3 个，B 种原料 6 个，可获利 80 元；生产一件乙种玩具需要 A 种原料 5 个，B 种原料 5 个，可获利 100 元，已知玩具加工厂现有 A 种原料 220 个，B 种原料 267 个，假设生产甲种玩具 x 个，共获利 y 元.

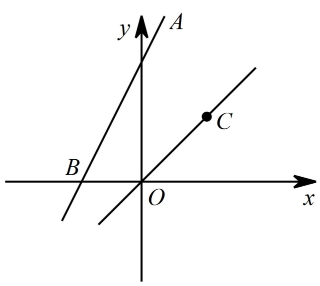
（1）请问有几种方案符合生产玩具的要求；

（2）请你写出 y 与 x 之间的函数关系，并用函数的知识来设计一个方案使得获利最大，最大利润是多少元?

14. （1）点 $(0,1)$ 向下平移 2 个单位后的坐标是________，直线 $y=2x+1$ 向下平移 2 个单位后的解析式是________；

（2）直线 $y=2x+1$ 向右平移 2 个单位后的解析式是________；

（3）如图，已知点 C 为直线 $y=x$ 上在第一象限内一点，直线 $y=2x+1$ 交 y 轴于点 A，交 x 轴于 B，将直线 AB 沿射线 OC 方向平移 $3\sqrt{2}$ 个单位，求平移后的直线的解析式.



15. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2,3)$，与 y 轴交于点 $B(0,4)$，与 x 轴交于点 A.

（1）一次函数的解析式为________；

（2）关于 x 的方程 $kx+b=0$ 的解为________；

（3）求该函数图象与两坐标轴围成三角形的面积.

16. 在直角坐标系中，一条直线经过 $A(-1,5)$，$P(-2,a)$，$B(3,-3)$ 三点.

（1）求 a 的值；

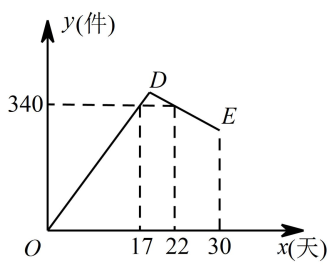
（2）设这条直线与 y 轴相交于点 D，求 $\triangle OPD$ 的面积.

17. 某公司开发出一款新的节能产品，该产品的成本价位 6 元/件，该产品在正式投放市场前通过代销点进行了为期一个月（30 天）的试销售，售价为 8 元/件．工作人员对销售情况进行了跟踪记录，并将记录情况绘制成图象，图中的折线 ODE 表示日销售量 y（件）与销售时间 x（天）之间的函数关系，已知线段 DE 表示的函数关系中，时间每增加 1 天，日销售量减少 5 件.

（1）第 24 天的日销售量是________ 件，日销售利润是________ 元；

（2）求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

（3）日销售利润不低于 640 元的天数共有多少天?试销售期间，日销售最大利润是多少元?



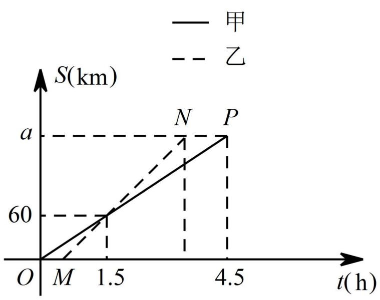
18. 甲、乙两车从 A 地将一批物品匀速运往 B 地，已知甲出发 0.5 h 后乙开始出发，如图，线段 OP，MN 分别表示甲、乙两车离 A 地的距离 S(km) 与时间 t(h) 的关系，请结合图中的信息解决如下问题：

（1）计算甲、乙两车的速度及 a 的值；

（2）乙车到达 B 地后以原速立即返回.

①在图中画出乙车在返回过程中离 A 地的距离 S(km) 与时间 t(h) 的函数图象；

②请问甲车在离 B 地多远处与返程中的乙车相遇?



19. 若正比例函数 $y_1=-x$ 的图象与一次函数 $y_2=x+m$ 的图象交于点 A，且点 A 的横坐标为 -1.

（1）求该一次函数的解析式；

（2）直接写出方程组 $\begin{cases} y=-x, \\ y=x+m \end{cases}$ 的解；

（3）在一次函数 $y_2=x+m$ 的图象上求点 B，使 $\triangle AOB$（O 为坐标原点）的面积为 2.

《一次函数 习题课》答案

1. A　2. C　3. C　【解析】由题意可得 $30 \div 4 = 7.5$(升)．4. C　【解析】提示：设 $P(x, y)$.则 $x + y = 5$.

5. 45　　6. 2【解析】当每次买苹果少于 2 千克时，每千克 $20 \div 2 = 10$ 元/千克，故 3 千克分三次且每次买 1 千克时需 $10 \times 3 = 30$ 元；设 AB 表达式为 $y = kx + b$，把 $(2,20)$，$(4,36)$ 代入上式 $\begin{cases} 20 = 2k + b, \\ 36 = 4k + b, \end{cases}$ 解得 $k = 8$，$b = 4$.所以 $y = 8x + 4$，当 $x = 3$ 时，$y = 28$，故可节省 $30 - 28 = 2$ 元．

7.（1）$y = 2x$【解析】∵ 四边形 $OABC$ 是矩形，点 $A(2,0)$，点 $C(0,4)$，∴ $B(2,4)$．设直线 OB 的解析式为 $y = kx$，则 $2k = 4$，解得 $k = 2$，∴ 直线 OB 的解析式为 $y = 2x$．

（2）$y = 2x - 1$【解析】设过点 P 且与直线 OB 平行的直线的解析式为 $y = 2x + b$，将 $P(2,3)$ 代入，得 $4 + b = 3$，解得 $b = -1$，所以过点 P 且与直线 OB 平行的直线的解析式为 $y = 2x - 1$．

（3）$(1,2)$【解析】∵ 矩形 $OABC$ 的对角线的交点为 M，∴ M 是线段 AC 的中点，∵ 点 $A(2,0)$，点 $C(0,4)$，∴ $M(1,2)$．

（4）∵ 点 Q 在直线 AC 上，$\triangle QMB$ 的面积与 $\triangle PMB$ 的面积相等，∴ Q 到 BM 的距离等于 P 到 BM 的距离．

① 如果 Q 在 BM 的下方，那么 $PQ \parallel BM$，Q 为直线 AC 与直线 $y = 2x - 1$ 的交点，∵ 点 $A(2,0)$，点 $C(0,4)$，∴ 直线 AC 的解析式为 $y = -2x + 4$．由 $\begin{cases} y = 2x - 1, \\ y = -2x + 4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = \frac{5}{4}, \\ y = \frac{3}{2}, \end{cases}$ ∴ 点 Q_1 的坐标为 $\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$；

② 如果 Q 在 BM 的上方，那么 Q 与 $\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 关于点 M 对称，∵ $M(1,2)$，∴ 点 Q_2 的坐标为 $\left(1 \times 2 - \frac{5}{4}, 2 \times 2 - \frac{3}{2}\right)$，即 $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{2}\right)$；故所求点 Q 的坐标为 $\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{2}\right)$．

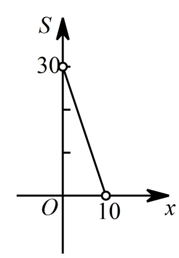
8.（1）$y = -3x + 5$

（2）$(2,0)$

9.（1）$S = 6 \times (10 - x) \div 2 = -3x + 30 (0 < x < 10)$．

（2）当 $S = 12$ 时，$x = 6$，∴ $y = 4$，∴ $P(6,4)$．

（3）如图所示：



10.（1）将点 $A(-2, -1)$，$B(1,3)$ 分别代入 $y = kx + b$，得

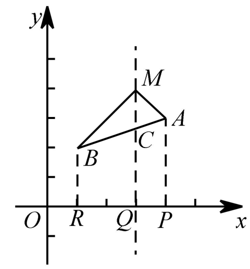
$\begin{cases} -1 = -2k + b, \\ 3 = k + b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = \frac{4}{3}, \\ b = \frac{5}{3}. \end{cases}$ 则该一次函数的表达式是 $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$.

（2）对一次函数 $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$，令 $y = 0$，解得 $x = -\frac{5}{4}$．∵ $C\left(-\frac{5}{4}, 0\right)$，即 OC 的长为 $\frac{5}{4}$.

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABO} &= S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} \\ &= \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{5}{4} \\ &= \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

11.（1） $(4,1)$ 或 $(4,5)$

（2） 过 M 作 x 轴的垂线交 AB 于 C，设 C 坐标为 $(3,c)$，过 A，B，C 均向 x 轴作垂线，垂足分别为 P，R，Q． $\therefore$ $S_{四边形APQC}+S_{四边形CQRB}=S_{四边形APRB}$. $\therefore$ $\frac{(2+c)\times 2}{2}+\frac{(c+3)\times 1}{2}=\frac{(2+3)\times 3}{2}$， $\therefore c=\frac{8}{3}$.

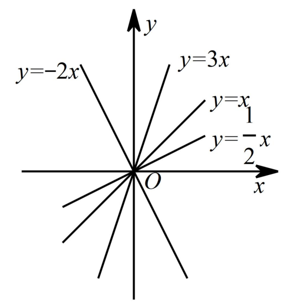


$$\begin{aligned}\therefore\ S_{\triangle AMB}&=S_{\triangle AMC}+S_{\triangle CMB}\\&=\frac{|n-\frac{8}{3}|\times 2}{2}+\frac{|n-\frac{8}{3}|\times 1}{2}\\&=\frac{3}{2}|n-\frac{8}{3}|\\&\le 3.\end{aligned}$$

$\therefore \frac{2}{3}\le n\le\frac{14}{3}$ 且 $n\ne\frac{8}{3}$.

（3） $3n-m=11$ 或 $3n-m=-1$

12.（1） 如图.



（2） 通过观察，当 $|k|$ 的增大，直线越靠近 y 轴，与 y 轴夹角减小.

（3） 由图象可知，$k_1>0$，$k_2>0$，根据（2）的结论，y_1 比 y_2 更靠近 y 轴，故 $|k_1|>|k_2|$， $\therefore$ $k_1>k_2$.

13.（1） 根据题意知，生产甲种玩具 x 个，则乙玩具有 $(50-x)$ 个，得：

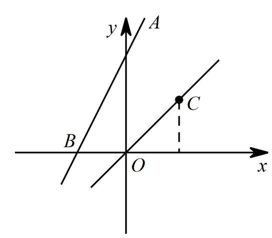
$\begin{cases}3x+5(50-x)\le 220,\\6x+5(50-x)\le 267,\end{cases}$ 解得：$15\le x\le 17$， $\because$ x 为整数，

$\therefore$ x 可取 15，16，17．则有如下 3 中方案符合要求：

①甲玩具 15 件，乙玩具 35 件；②甲玩具 16 件，乙玩具 34 件；③甲玩具 17 件，乙玩具 33 件.

（2） 根据题意，$y=80x+100(50-x)=-20x+5000$， $\because -20<0$， $\therefore$ y 随 x 的增大而减小，又 $\because$ $15\le x\le 17$， $\therefore$ 当 $x=15$ 时，获利最大，最大利润 $y=-20\times 15+5000=4700$ 元，即生产甲玩具 15 件，乙玩具 35 件时获利最大，最大利润为 4700 元.

14.（1） $(0,-1)$；$y=2x-1$



（2） $y=2x-3$

（3） 设 $OC=3\sqrt{2}$，过点 C 作 CD 垂直 x 轴于点 D，则 $CD=OD=3$.

直线 AB 沿射线 OC 方向平移 $3\sqrt{2}$ 个单位，即直线 AB 向右平移 3 个单位，再向上平移 3 个单位．所以直线 AB 平移后的解析式为 $y=2(x-3)+1+3$，即 $y=2x-2$.

15.（1） $y=-\frac{1}{2}x+4$ （2） $x=8$ （3） $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 4\times 8=16$.

16.（1） 设直线的解析式为 $y=kx+b$，把 $A(-1,5)$，$B(3,-3)$ 代入，

可得：$\begin{cases}-k+b=5\\3k+b=-3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-2\\b=3\end{cases}$，所以直线解析式为：$y=-2x+3$，

把 $P(-2,a)$ 代入 $y=-2x+3$ 中，得：$a=7$.

（2） 由（1）得点 P 的坐标为 $(-2,7)$，令 $x=0$，则 $y=3$，所以直线与 y 轴的交点坐标为 $(0,3)$，所以 $\triangle OPD$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$.

17.（1） 330；660

（2） 设线段 OD 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=kx$． ∵ $y=kx$ 的图象经过点 $(17,340)$，∴ $17k=340$，解得 $k=20$， ∴线段 OD 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式为：$y=20x$．

根据题意，得线段 DE 所表示的 y 与 x 之间的函数解析式为：$y=340-5(x-22)=-5x+450$．

∵ D 是线段 OD 与线段 DE 的交点，解方程组 $\begin{cases}y=20x,\\y=-5x+450.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=18,\\y=360.\end{cases}$ ∴ D 的坐标为 $(18,360)$．

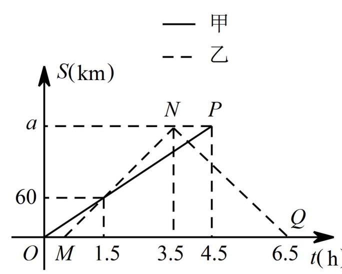
∴ $y=\begin{cases}20x, & 0\le x\le 18\\-5x+450, & 18<x\le 30\end{cases}$．

（3） 当 $0\le x\le 18$ 时，由题意得 $(8-6)\times 20x\ge 640$，解得 $x\ge 16$；当 $18<x\le 30$ 时，由题意得 $(8-6)\times(-5x+450)\ge 640$，解得 $x\le 26$； ∴ $16\le x\le 26$．$26-16+1=11$（天）． ∴日销售利润不低于 640 元共有 11 天． ∵ D 的坐标为 $(18,360)$， ∴日最大销售量为 360 件． $(8-6)\times 360=720$（元）

∴试销售期间，日销售最大利润为 720 元．

18.（1） 由题意可知 $M(0.5,0)$，线段 OP，MN 都经过 $(1.5,60)$，甲车的速度 $60\div 1.5=40(\text{km/小时})$，乙车的速度 $60\div(1.5-0.5)=60(\text{km/小时})$， $a=40\times 4.5=180(\text{km})$．

（2） ①∵ $180\div 60=3$ 小时， ∴乙车到达 B 地，所用时间为 $180\div 60=3$ 小时， ∴点 N 的横坐标为 3.5，6.5 小时返回 A 地，乙车在返回过程中离 A 地的距离 $S(\text{km})$ 与时间 $t(\text{h})$ 的函数图象为线段 NQ；



②甲车离 A 地的距离是：$40\times 3.5=140$ km；设乙车返回与甲车相遇所用时间为 t_0，则 $(60+40)t_0=180-140$，解得 $t_0=0.4$ h，$60\times 0.4=24(\text{km})$，

答：甲车在离 B 地 24 km 处与返程中的乙车相遇．

19.（1） 将 $x=-1$ 代入 $y=-x$，得 $y=1$，则点 A 坐标为 $(-1,1)$．

将 $A(-1,1)$ 代入 $y=x+m$，得 $-1+m=1$，解得 $m=2$，

所以一次函数的解析式为 $y=x+2$；

（2） 方程组 $\begin{cases}y=-x,\\y=x+m\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=-1,\\y=1.\end{cases}$

（3） 设直线直线 $y=x+2$ 与 y 轴的交点为 C，与 x 轴的交点为 D，则 $C(0,2)$，$D(-2,0)$， ∵ $A(-1,1)$，∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$， ①当 B 点在第一象限时，则 $S_{\triangle BOC}=1$，设 B 的横坐标为 m，

∴ $S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 2\times m=1$，解得 $m=1$， ∴ $B(1,3)$；

② 当 B 点在第三象限时，则 $S_{\triangle BOD}=1$，设 B 的纵坐标为 n， ∴ $S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times 2\times(-n)=1$，

解得 $n=-1$， ∴ $B(-3,-1)$．综上，B 的坐标为 $(1,3)$ 或 $(-3,-1)$．