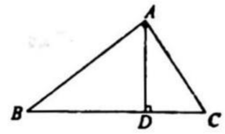
2020年学科素养测试

数学试题

考试时间:90分钟　卷面满分：100分

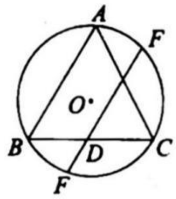
说明:所有答案一律书写在答题卡上,在试卷上作答无效,其中,将所有选择题答案用2B铅笔在相应位值涂黑。

一、选择题(本大题共5小题,每小题4分,共20分。在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是正确的。)



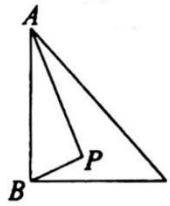
1.如图,在RtΔABC中，$\angle BAC=90°$,过A作$AD\perp BC$于点D,若$\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{4}{3}$,则$\tan C$的值为

A.$\dfrac{4}{3}$　　B.$\dfrac{3}{4}$　　C.$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　D.$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$



2.如图,ΔABC是圆O的内接正三角形，弦EF过BC的中点D,且$EF \parallel AB$，若$AB=4$,则DE的长为

A.1　　B.$\sqrt{5}-1$　　C.$\sqrt{3}$　　D.2



3.如图,RtΔABC中,$AB\perp BC, AB=6, BC=4$, P是ΔABC内部的一个动点，且满足$\angle PAB=\angle PBC$,则线段CP的最小值为

A.$\dfrac{3}{2}$　　B.2　　C.$\dfrac{8\sqrt{13}}{13}$　　D.$\dfrac{12\sqrt{13}}{13}$

4.已知$x=\dfrac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2019}}$,则$x^6-2\sqrt{2019}x^5-x^4+x^3-2\sqrt{2020}x^2+2x-\sqrt{2020}$的值为

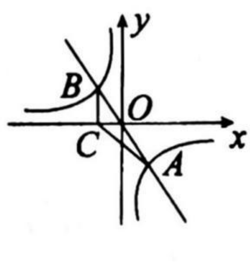
A.0　　B.1　　C.$\sqrt{2019}$　　D.$\sqrt{2020}$

5.若关于x的方程$\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{x-2}{x}+\dfrac{4x-a}{2x(x-2)}=0$只有一个实数根,则实数$a$的所有可能取值的和为

A.7　　B.15　　C.31　　D.以上选项均不对

二、填空题(本大题共7小题，每小题4分，共28分)

6.当$-1\le x\le 1$时,函数$y=-x^2-2mx+2n+1$的最小值是-4,最大值是0,则m,n的值分别是________.



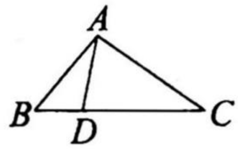
7.过原点的直线与双曲线$y=\dfrac{-2}{x}$分别交于A,B两点,过点B作x轴的垂线,垂足为点C(如图),则ΔABC的面积为________.

8.2019年7月，中共中央国务院发布的《关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见》中明确提出“要把劳动教育作为中学教育阶段的必修课”.我校积极响应，率先落实意见的相关精神，将学校的公共卫生清洁任务划分给各班的学生完成，现某班准备成立三个小组,分别承担本班的“走廊清扫”、“栏杆清洁及维护”、“垃圾转运”这三项劳动任务，现从班委会成员中的四位同学(三男一女)中任选三个人分别担任这三个小组的小组长，其中该女生恰好不担任“垃圾转运”组的组长的概率为________.

9.若 $7+\sqrt{11}$ 和 $5-\sqrt{11}$ 的小数部分分别为 m,n,则 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=$________.

10.关于 x 的方程 $\left(a^2-1\right)x^2-2(5a+1)x+24=0$ 有两个不等的负整数根,则整数 a 的值为_____.

11.如图,点 D 在 ΔABC 的边 BC 上,$\angle C+\angle BAD=\angle DAC,\tan\angle BAD=\dfrac{4}{7}$,



$AD=\sqrt{65},CD=13$,则线段 AC 的长为________.

12.定义 $[a,b,c]$ 为函数 $y=ax^2+bx+c$ 的特征数,下面给出特征数 $[2m,1-m,-1-m]$ 的函数的一些相关结论;

①当 $m=-2$ 时,抛物线的顶点为(3/8,25/16);

②当 $m\neq0$ 时,函数图象恒过定点;

③当 $m<0$ 时,函数在 $x<1$ 时,y 随 x 的增而减小;

④当 $m>0$ 时,函数图象截 x 轴所得的线段的长度大于 $\dfrac{3}{2}$.

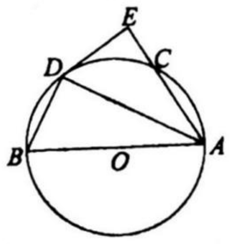
其中正确的结论是________.(直接填正确结论的编号).

三、解答题（本大题共 4 小题，共 52 分，解答题应写出文字说明、证明过程和演算过程）

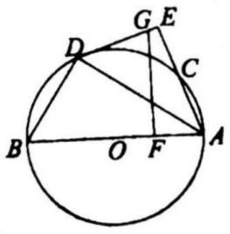
13.(本小题满分 10 分）如图①，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 是圆上点，$\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D，过 D 作 $DE \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E.

(1)若 $AB=20, AC=12$，求 BD, DE 的长;

(2)若 F 是 OA 的中点，$FG \perp OA$ 交直线 DE 于点 G，如图②，若 $FG=\frac{19}{2}, \tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求 $\odot O$ 的半径.



图①

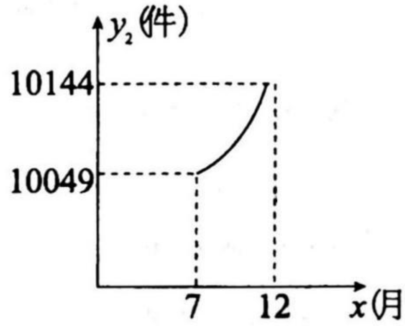


图②

14.(本小题满分 12 分)某工厂进行加工生产所的工料两种供应方式,一种是从市场上直接采购工料,另一种是通过工厂自身生产工料,该工厂去年(2 月至 12 月)每月所需的工料总量均为 12000 件,由于工厂生产车间处于调试阶段,自身生产的工料有限,于是工厂从市场上采购一部分工料作为补充，两种供应方式同时进行,2 月至 6 月,该工厂从市场上采购的工料量 y_1(件)与月份 x($2 \le x \le 6$,且 x 为整数)之间满足的函数关系如下表

月份 x(月)	2	3	4	5	6
市场采购工料量 y_1(件)	6000	4000	3000	2400	2000

7 月至 12 月,该工厂自身生产的工料量 y_2(件)与月份 x($7 \le x \le 12$,且 x 为取整数)之间满足二次函数关系式为 $y_2 = ax^2 + c(a \ne 0)$.其图象如图所示.2 月至 6 月,该工厂每件工料的市场采购成本 z_1(元)与月份 x 之间满足函数关系式 $z_1 = \frac{1}{2}x$,该工厂自身生产的每件工料的成本 z_2(元)与月份 x 之间满足函数关系式:$z_2 = \frac{3}{4}x - \frac{1}{12}x^2$;7 月至 12 月的每一个月份,该工厂从市场采购的工料成本均为 3 元/件，该工厂自身生产的工料成本为 1.5 元/件.



(1)请观察题中的表格和图象，用所学过的一次函数、反比例函数或二次函数的有关知识，分别求出 y_1, y_2 与 x 之间的函数关系式;

(2)请你求出该工厂去年(2 月至 12 月)哪个月份所需的工料总费用 W(元)最多，并求出这个最多费用.

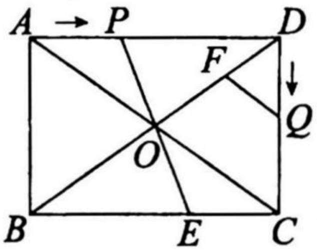
15.(共 14 分)已知:如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=6\text{cm}$,$BC=8\text{cm}$,对角线 AC,BD 交于点 O.点 P 从点 A 出发,沿方向匀速运动,速度为 1cm/s;同时,点 Q 从点 D 出发,沿 DC 方向匀速运动,速度为 1cm/s;当一个点停止运动时,另一个点也停止运动.连接 PO 并延长,交 BC 于点 E 过点 O 作 $QF\,//\,AC$,交 BD 于点 F.设运动时间为 $t(s)(0<t<6)$,解答下列问题:

(1)当 t 为何值时,ΔAOP 是等腰三角形?

(2)设五边形 $OECQF$ 的面积为 $s\left(\text{cm}^2\right)$,试确定 S 与 t 的函数关系式;

(3)在运动过程中,是否存在某一时刻 t,使 S 五边形 $S_{五边形\ OECQF}:S_{\triangle ACD}=9:16$ 若存在求出 t 的值;若不存在,请说明理由.

(4)在运动过程中,是否存在某一时刻 t,使 OD 平分 $\angle COP$?若存在,求出 t 的值;若不存在,请说明理由.



16.(本大题满分 16 分)已知一次函数 $y_1 = kx + m$ 与二次函数 $y_2 = 2ax^2 + bx + C(a > 0, b$ 为整数)的图象交于 $A(2-2\sqrt{2}, 3-2\sqrt{2})$, $B(2+2\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2})$ 两点,二次函数 $y_2 = 2ax^2 + 2bx + c$ 和二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c - 1$ 的最小值的差为1.

(1)求 y_1, y_2, y_3 的解析式;

(2) P 是 y 轴上一点,过点 P 任意作一射线分别交 y_2, y_3 的图象于 M、N,过点 M 作直线 $y=-1$ 的垂线,垂足为 G,过点 N 作直线 $y=-3$ 的垂线,垂足为 H.是否存在这样的点 P,使 $PM = MG$、$PN = NH$ 恒成立,若存在,求出 P 点的坐标,并探究 $\dfrac{PM}{PN}$ 是否为定值;若不存在,请说明理由.

(3)在(2)的条件下,设过 P 点的直线 l 交二次函数 y_2 的图象于 S、T 两点,试求 $\dfrac{1}{PT} + \dfrac{1}{PS}$ 的值.