

华中师大一附中 2020 年 6 月专县生网招试题

数学试题

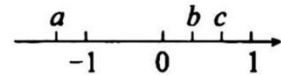
考试时间：90 分钟 卷面满分：100 分

说明：所有答案一律书写在答题卡上，在试卷上作答无效。其中，将所有选择题答案用 2B 铅笔在相应位置涂黑。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，有且只有一个是正确的）

1. 在数轴上和有理数 a, b, c 对应的点的位置如图所示，有下列四个结论：

(1) $a^2 - a - 2 < 0$; (2) $|a - b| + |b - d| = |a - c|$;



(3) $(a + b)(b + c)(c + a) > 0$; (4) $|a| < 1 - bc$.

其中正确的结论有 () 个

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

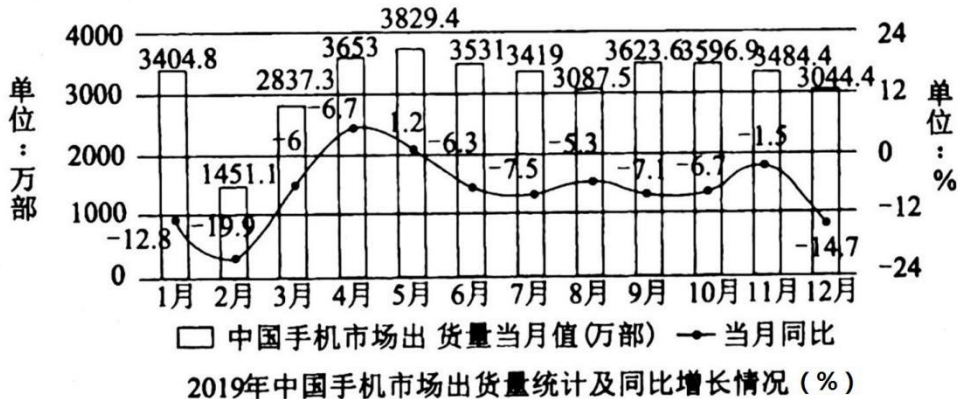
2. 已知 a, b, c 分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三条边长， c 为斜边长， $\angle C = 90^\circ$ ，我们把关于 x 的形如

$y = \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}$ 的一次函数称为“勾的一次函数”。若点 $P\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 在“勾的一次函数”的图象

上，且 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积是 4，则 c 的值是

- A. $2\sqrt{6}$ B. 24 C. $2\sqrt{3}$ D. 12

3. 5G 时代悄然来临，为了研究中国手机市场形状，中国信通院统计了 2019 年手机市场每月出货量以及与 2018 年当月同比增长的情况，得到了如下统计图：



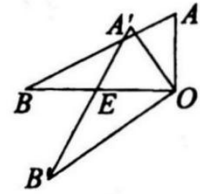
根据该统计图，下列说法错误的是

- A. 2019 年全年手机市场出货量中，5 月份出货量最多
 B. 2019 年下半年手机市场各月份相对于上半年各月份波动小
 C. 2019 年全年手机市场总出货量低于 2018 年全年总出货量
 D. 2018 年 12 月的手机出货量低于当年 8 月手机出货量

4. 已知函数 $y = x^2 + x - 1$ 在 $m \leq x \leq 1$ 上的最大值是 1, 最小值是 $-\frac{5}{4}$, 则 m 的取值范围是

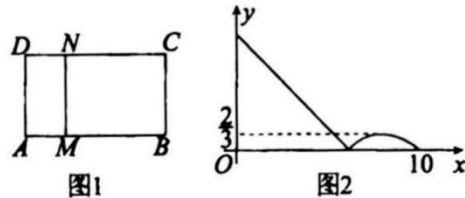
- A. $m \geq -2$ B. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$ C. $-2 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D. $m \leq -\frac{1}{2}$

5. 如图: $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $AO = 4$, $BO = 8$, $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转到 $\triangle A'OB'$ 处, 此时线段 $A'B'$ 与 BO 的交点 E 为 BO 的中点, 则线段 $B'E$ 的长度为



- A. $3\sqrt{5}$ B. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{16\sqrt{5}}{5}$

6. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 M 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 方向运动, 当点 M 到达点 C 时停止运动, 过点 M 作 $MN \perp AM$ 交 CD 于点 N , 设点 M 的运动路程为 x , $CN = y$, 图 2 表示的是 y 与 x 的函数关系的大致图象, 则矩形 $ABCD$ 的面积是



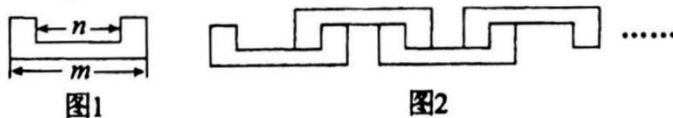
- A. 24 B. 20 C. 12 D. 10

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

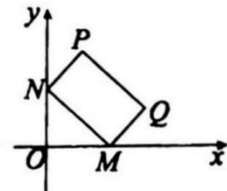
7. 2020 年某校将迎来 70 周年校庆, 学校安排 3 位男老师和 2 位女老师一起筹办大型文艺晚会, 并随机地从中抽取 2 位老师主持晚会, 则最后确定的主持人是一男一女的概率为_____.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 若 $\cos A = \frac{4}{5}$, 则 $\frac{BC}{AB} =$ _____.

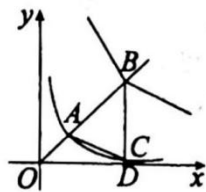
9. 如图 1 是个轴对称图形, 且每个角是直角, 长度如图所示, 小王按照如图 2 的方法玩拼图游戏, 两两相扣, 相互不留空隙, 那么小王用 2020 个这样的图形(图 1)拼出来的图形的总长度是_____. (结果用 m, n 表示)



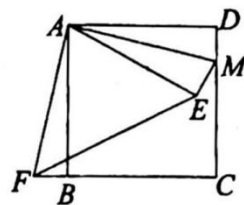
10. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $MNPQ$ 的顶点 M, N 分别在 x 轴, y 轴正半轴上滑动, 顶点 P, Q 在第一象限, 若 $MN = 8, PN = 4$, 在滑动过程中, 点 P 在坐标原点 O 的距离的最大值为_____.



11. 如图, 已知直线 $y = kx (k > 0)$ 分别交反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = \frac{4}{x}$ 的第一象限的图象于 A, B , 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D , 交 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于点 C , 连接 AC 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 则 k 的值是_____.



12. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 点 M 在 CD 上, 且 $DM = 1$, $\triangle AEM$ 与 $\triangle ADM$ 关于 AM 所在直线对称将 $\triangle ADM$ 按顺时针方向绕点 A 旋转 90° 得到 $\triangle ABF$, 连接 EF , 则线段 EF 的长为_____.



三、解答题(本大题共 4 小题, 共 52 分, 解答题应写出文字说明、证明过程和演算过程)

13. (本小题满分 12 分)

(1) 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$ 有两个实根 x_1, x_2 , 且满足 $x_1 x_2 - |x_1| - |x_2| = 2$, 求实数 k 的值;

(2) 已知 $a < b < 0$, 且 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$, 求 $\left(\frac{a+b}{b-a}\right)^2$ 的值.

14.(本小题满分 12 分)

习总书记强调,实行垃圾分类,关系广大人民群众生活环境,节约使用资源,也是社会文明水平的一个重要体现.为改善城市生态环境,某市决定从 6 月 1 日起,在全市实行生活垃圾分类处理,某街道计划建造垃圾初级处理点 20 个,解决垃圾投放问题.有 A, B 两种类型处理点,其占地面积、可供使用居民幢数及造价见下表:

类型	占地面积	可供使用幢数	造价(万元)
A	15	18	1.5
B	20	30	2.1

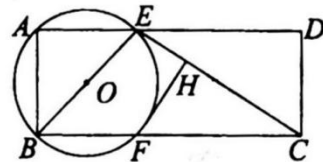
(1)已知该街道可供建造垃圾初级处理点的占地面积不超过 370m^2 ,如何分配 A, B 两种类型垃圾处理点的数量,才能够满足街道 490 幢居民楼的垃圾投放要求,且使得建造方案最省钱?

(2)当建造方案最省钱时,经测算,该街道垃圾月处理成本 y (元)与月处理量 x (吨)之间的函数关系可以近似的表示为:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - 80x^2 + 5040x, & 0 \leq x < 144 \\ 10x + 72000, & 144 \leq x < 300 \end{cases}, \text{若每个 } B \text{ 型处理点的垃圾月处理量}$$

是 A 型处理点的 1.2 倍,该街道建造的每个 A 型处理点每月处理量为多少吨时,才能使该街道每吨垃圾的月处理成本最低?(精确到 0.1)

- 15.(本小题满分 14 分)已知矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2, AD = 5$, 点 E 是 AD 边上一动点, 连接 BE, CE , 以 BE 为直径作 $\odot O$, 交 BC 于点 F , 过点 F 作 $FH \perp CE$ 于 H .
- (1) 当直线 FH 与 $\odot O$ 相切时, 求 AE 的长;
 - (2) 当 $FH \parallel BE$ 时, 求 AE 的长;
 - (3) 若线段 FH 交 $\odot O$ 于点 G , 在点 E 运动过程中, $\triangle OFG$ 能否成为等腰直角三角形? 如果能, 求出此时 AE 的长; 如果不能, 说明理由.



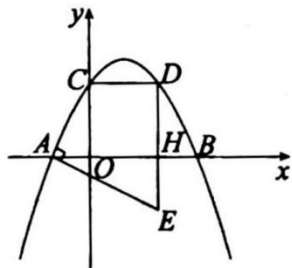
16.(本小小满分 14 分)如图①,已知抛物线 $y = ax^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + c (a \neq 0)$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与

y 轴交于点 $C(0, \sqrt{3})$, 点 D 是点 C 关于抛物线对称轴的对称点, 连接 CD , 过点 D 作 $DH \perp x$ 轴交于点 H , 过点 A 作 $AE \perp AC$ 交 DH 的延长线于点 E .

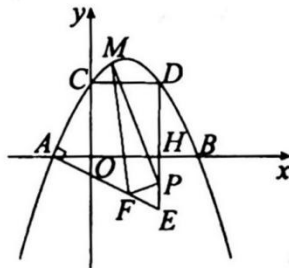
(1) 填空: $a =$ _____, $c =$ _____

(2) 求线段 DE 的长度;

(3) 如图②, 点 F 是线段 AE 上的点, P 是线段 DE 上的点, 且点 M 为直线 PF 上方抛物线上的一点, 当 $\triangle CPF$ 的周长最小时, 求 $\triangle MPF$ 面积的最大值.



图①



图②