

# 华中师大一附中 2020 年分配生考试

## 数学试题

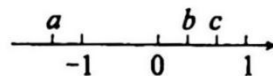
考试时间：90 分钟 卷面满分：100 分

说明：所有答案一律书写在答题卡上，在试卷上作答无效。其中，将所有选择题答案用 2B 铅笔在相应位置涂黑。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，有且只有一个是正确的）

1. 在数轴上和有理数  $a, b, c$  对应的点的位置如图所示，有下列四个结论：

(1)  $a^2 - a - 2 < 0$ ;      (2)  $|a - b| + |b - d| = |a - c|$ ;



(3)  $(a + b)(b + c)(c + a) > 0$ ;      (4)  $|a| < 1 - bc$ .

其中正确的结论有 ( ) 个

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

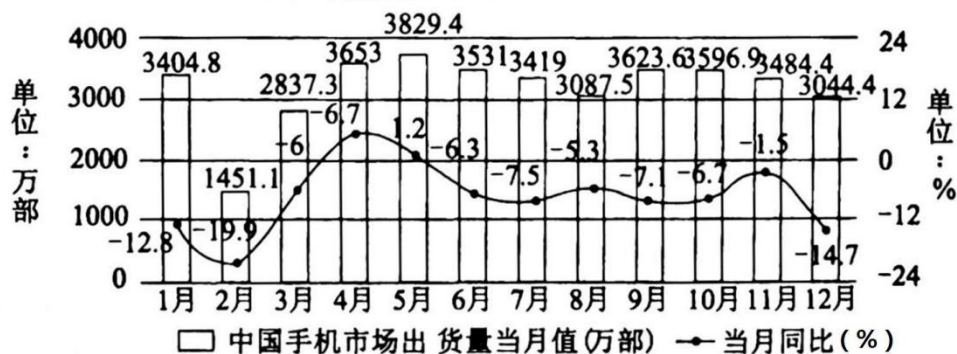
2. 已知  $a, b, c$  分别是  $Rt\triangle ABC$  的三条边长， $c$  为斜边长， $\angle C = 90^\circ$ ，我们把关于  $x$  的形如

$y = \frac{a}{c}x + \frac{b}{c}$  的一次函数称为“勾的一次函数”。若点  $P\left(-1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$  在“勾的一次函数”的图象

上，且  $Rt\triangle ABC$  的面积是 4，则  $c$  的值是

- A.  $2\sqrt{6}$                       B. 24                      C.  $2\sqrt{3}$                       D. 12

3. 5G 时代悄然来临，为了研究中国手机市场形状，中国信通院统计了 2019 年手机市场每月出货量以及与 2018 年当月同比增长的情况，得到了如下统计图：



2019年中国手机市场出货量统计及同比增长情况

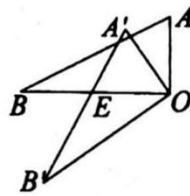
根据该统计图，下列说法错误的是

- A. 2019 年全年手机市场出货量中，5 月份出货量最多
- B. 2019 年下半年手机市场各月份相对于上半年各月份波动小
- C. 2019 年全年手机市场总出货量低于 2018 年全年总出货量
- D. 2018 年 12 月的手机出货量低于当年 8 月手机出货量

4. 已知函数  $y = x^2 + x - 1$  在  $m \leq x \leq 1$  上的最大值是 1, 最小值是  $-\frac{5}{4}$ , 则  $m$  的取值范围是

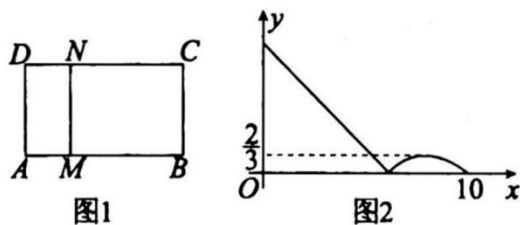
- A.  $m \geq -2$       B.  $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$       C.  $-2 \leq m \leq -\frac{1}{2}$       D.  $m \leq -\frac{1}{2}$

5. 如图:  $\triangle AOB$  中,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $AO = 4$ ,  $BO = 8$ ,  $\triangle AOB$  绕点  $O$  逆时针旋转到  $\triangle A'OB'$  处, 此时线段  $A'B'$  与  $BO$  的交点  $E$  为  $BO$  的中点, 则线段  $B'E$  的长度为



- A.  $3\sqrt{5}$       B.  $\frac{12\sqrt{5}}{5}$       C.  $\frac{9\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{16\sqrt{5}}{5}$

6. 如图 1, 在矩形  $ABCD$  中, 动点  $M$  从点  $A$  出发, 沿  $A \rightarrow B \rightarrow C$  方向运动, 当点  $M$  到达点  $C$  时停止运动, 过点  $M$  作  $MN \perp AM$  交  $CD$  于点  $N$ , 设点  $M$  的运动路程为  $x$ ,  $CN = y$ , 图 2 表示的是  $y$  与  $x$  的函数关系的大致图象, 则矩形  $ABCD$  的面积是



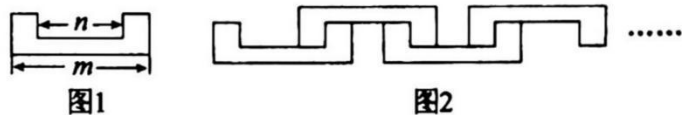
- A. 24      B. 20      C. 12      D. 10

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

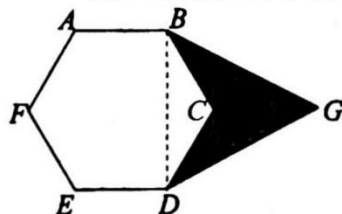
7. 2020 年某校将迎来 70 周年校庆, 学校安排 3 位男老师和 2 位女老师一起筹办大型文艺晚会, 并随机地从中抽取 2 位老师主持晚会, 则最后确定的主持人是一男一女的概率为\_\_\_\_\_.

8. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 若  $\cos A = \frac{4}{5}$ , 则  $\frac{BC}{AB} =$ \_\_\_\_\_.

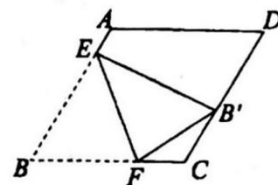
9. 如图 1 是个轴对称图形, 且每个角是直角, 长度如图所示, 小王按照如图 2 的方法玩拼图游戏, 两两相扣, 相互不留空隙, 那么小王用 2020 个这样的图形(图 1)拼出来的图形的总长度是\_\_\_\_\_. (结果用  $m, n$  表示)



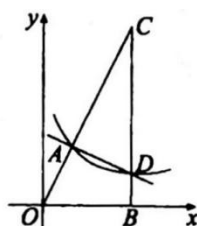
10. 如图, 以正六边形  $ABCDEF$  的对角线  $BD$  为边, 向右作等边三角形  $BDG$ , 若四边形  $BCDG$  (图中明部分) 的面积为 6, 则五边形  $ABDEF$  的面积为\_\_\_\_\_.



11. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = 4, \angle BAD = 120^\circ$ , 点  $E, F$  分别是边  $AB, BC$  边上的动点, 沿  $EF$  折叠  $\triangle BEF$ , 使点  $B$  的对应点  $B'$  始终落在边  $CD$  上, 则  $A, E$  两点之间的最大距离为\_\_\_\_\_.



12. 如图, 点  $A$  是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上位于第一象限的点, 点  $B$  在  $x$  轴的正半轴上, 过点  $B$  作  $BC \perp x$  轴, 与线段  $OA$  的延长线交于点  $C$ , 与反比例函数的图象交于点  $D$ . 若直线  $AD$  垂直  $OC$ , 且使得  $AC = 2OA$ , 则  $\sin C =$ \_\_\_\_\_.



三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 52 分, 解答题应写出文字说明、证明过程和演算过程)

13. (本小题满分 12 分)

(1) 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (2k - 1)x + k^2 = 0$  有两个实根  $x_1, x_2$ , 且满足  $x_1 x_2 - |x_1| - |x_2| = 2$ , 求数  $k$  的值;

(2) 已知  $a < b < 0$ , 且  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ , 求  $\left(\frac{a+b}{b-a}\right)^2$  的值.

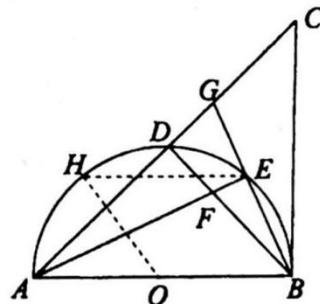
14.(本小题满分 14 分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BA = BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 以  $AB$  为直径的半圆  $O$  交  $AC$

于点  $D$ , 点  $E$  是  $\widehat{BD}$  上不与点  $B, D$  重合的任意一点, 连接  $AE$  交  $BD$  于点  $F$ , 连接  $BE$  并延长交  $AC$  于点  $G$ .

(1) 求证:  $\triangle ADF \cong \triangle BDG$ ;

(2) 取  $\widehat{BE}$  的中点  $H$ , 若四边形  $OBEH$  为菱形, 求  $\angle EAB$  的大小;

(3) 若  $AB = 4$ , 且点  $E$  是  $\widehat{BD}$  上靠近点  $B$  的一个三等分点, 求线段  $DG$  的长.



15.(本小题满分 12 分)

习总书记强调,实行垃圾分类,关系广大人民群众生活环境,节约使用资源,也是社会文明水平的一个重要体现.为改善城市生态环境,某市决定从 6 月 1 日起,在全市实行生活垃圾分类处理,某街道计划建造垃圾初级处理点 20 个,解决垃圾投放问题.有 A, B 两种类型处理点,其占地面积、可供使用居民幢数及造价见下表:

类型	占地面积	可供使用幢数	造价(万元)
A	15	18	1.5
B	20	30	2.1

(1)已知该街道可供建造垃圾初级处理点的占地面积不超过  $370\text{m}^2$ ,如何分配 A, B 两种类型垃圾处理点的数量,才能够满足街道 490 幢居民楼的垃圾投放要求,且使得建造方案最省钱?

(2)当建造方案最省钱时,经测算,该街道垃圾月处理成本  $y$  (元)与月处理量  $x$  (吨)之间的函数关系可以近似的表示为:

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - 80x^2 + 5040x, & 0 \leq x < 144 \\ 10x + 72000, & 144 \leq x < 300 \end{cases}, \text{若每个 B 型处理点的垃圾月处理量是 A 型处理点的 1.2 倍,该街道建造的每个 A 型处理点每月处理量为多少吨时,才能使该街道每吨垃圾的月处理成本最低? (精确到 0.1)}$$

量是 A 型处理点的 1.2 倍,该街道建造的每个 A 型处理点每月处理量为多少吨时,才能使该街道每吨垃圾的月处理成本最低?(精确到 0.1)

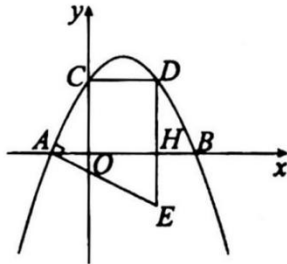
16.(本小小满分 14 分)如图①,已知抛物线  $y = ax^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $A(-1, 0)$ , 与

$y$  轴交于点  $C(0, \sqrt{3})$ , 点  $D$  是点  $C$  关于抛物线对称轴的对称点, 连接  $CD$ , 过点  $D$  作  $DH \perp x$  轴交于点  $H$ , 过点  $A$  作  $AE \perp AC$  交  $DH$  的延长线于点  $E$ .

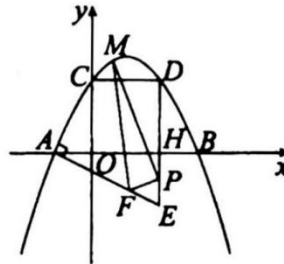
(1) 填空:  $a =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_

(2) 求线段  $DE$  的长度;

(3) 如图②, 点  $F$  是线段  $AE$  上的点,  $P$  是线段  $DE$  上的点, 且点  $M$  为直线  $PF$  上方抛物线上的一点, 当  $\triangle CPF$  的周长最小时, 求  $\triangle MPF$  面积的最大值.



图①



图②