

华中师大一附中 2019 年高中招生考试

数学试题

2019.3.3

考试时间:70 分钟 卷面满分: 120 分

说明:所有答案一律书写在答题卡上,在试卷上作答无效。

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 6 分,共 36 分。在每小题给出的四个选项中,有且只有一项是正确的。)

1.若关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + 4x - 1 = 0$ 有实数根,则实数 m 的取值范围是

- A. $m \geq -2$ B. $m > -2$ 或 $m \neq 2$ C. $m \geq -2$ 且 $m \neq 2$ D. $m \neq 2$

2.已知过点(2,3)的直线 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 不经过第四象限,设 $s = a + 2b$,则 s 的取值范围是

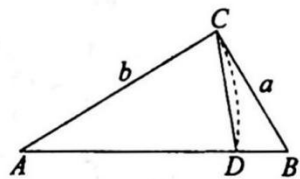
- A. $\frac{3}{2} \leq s < 6$ B. $-6 < s \leq -\frac{3}{2}$ C. $-6 \leq s \leq \frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2} \leq s \leq 5$

已知 $\sqrt{(x+1)^2} + |3-x| = 4$,则 $y = 2x - 1$ 的最大值与最小值的和是

- A.1 B.2 C.3 D.4

古希腊数学家欧几里德的《几何原本》记载,形如 $x^2 + 2bx = a^2$ 的方

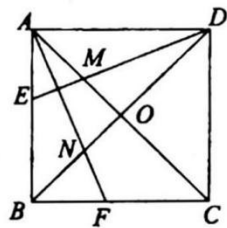
程的图解法是:如图,画 $\text{Rt}\triangle ACB$, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = a$, $AC = b$,在斜边 AB 上,截取 $AD = b$,则该方程的一个正根是



- A.AC 的长 B.BC 的长 C.CD 的长 D.BD 的长

5.如图,正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, BC 上的点, DE 交 AC 于点 M, AF

BD 于点 N ;若 AF 平分 $\angle BAC, DE \perp AF$;记 $x = \frac{BN}{ON}, y = \frac{CF}{BF}, z = \frac{BE}{OM}$,



则有

- A. $x > y > z$ B. $x = y = z$ C. $x = y < z$ D. $x = y > z$

6.设 a, b 为整数,关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2a + b + 3)x + (a^2 + ab + 6) = 0$ 有两相等实根 α ,

关于 x 的一元二次方程 $2ax^2 + (4a - 2b - 2)x + (2a - 2b - 1) = 0$ 有两相等实根 β ;那么以 α, β 为实根的整系数一元二次方程是

- A. $2x^2 + 7x + 6 = 0$ B. $x^2 + x - 6 = 0$ C. $x^2 + 4x + 4 = 0$ D. $x^2 + (a + b)x + ab = 0$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 6 分, 共 36 分.)

7. $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle BAC = 60^\circ$, 劣弧 \widehat{BC} 的长是 $\frac{4\pi}{3}$, 则 $\odot O$ 的半径是_____.

8. 若 m, n 是方程 $x^2 - x - 2019 = 0$ 的两实根, 则 $m^2 - 2m - n$ 的值为_____.

9. 一组“数值转换机”按下面的程序计算, 如果输入的数是 36, 则输出的结果为 106, 要使输出的结果为 127, 则输入的最小正整数是_____.



10. 当 a, b 是正实数, 且满足 $a+b=ab$ 时, 就称点 $M(a,)$ 为“完美点”; 已知点 A 是“完美点”且在直线 $y=-x+5$ 上, 则点 A 的坐标为_____.

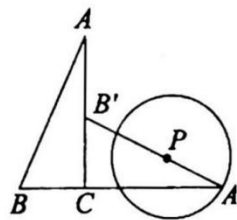
11. 从 $-3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 2, 3$ 这 9 个数中随机抽取一个数, 记为 m , 若数 m 使关于 x 的不等式组

$$\begin{cases} \frac{1}{3}(2x+7) \geq 3 \\ x-m < 0 \end{cases} \text{ 无解, 且使关于 } x \text{ 的分式方程 } \frac{x}{x+3} + \frac{m-2}{x+3} = -1 \text{ 有整数解, 那么从这 9 个数中抽到}$$

满足条件的 m 的概率是_____.

12. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\sin A = \frac{5}{13}$, $AC = 12$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针

旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C$, P 为线段 $A'B'$ 上的动点, 以点 P 为圆心, PA' 长为半径作 $\odot P$, 当 $\odot P$ 与 $\triangle ABC$ 的边相切时, $\odot P$ 的半径为_____.

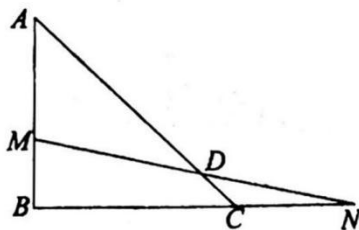


三、解答题 (本大题共 3 小题, 共 48 分. 解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤.)

13. (本小题满分 16 分) 已知: 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边满足 $(AB-4)^2 + |AB-BC| = 0$, $\angle ABC = 90^\circ$.

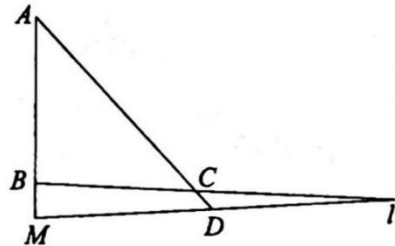
(1) 若 M 是边 AB 上一点, N 是边 BC 延长线上一点, 且线段 $AM = CN = m$, $\frac{m}{AB-m} = \frac{AB}{BC} + 2$,

求 m 的值;



(2)若 M 是边 AB 上一动点, N 是边 BC 延长线上一动点,且线段 $AM = CN$,判断线段 DM 与 DN 的大小关系, 并说明你的理由:

(3)若 M 、 N 分别是边 AB 、 BC 延长线上的动点, D 为线段 MN 与边 AC 延长线的交点, 线段 $AM = CN$,判断线段 DM 与 DN 的大小关系, 并说明你的理由.



14.(本小题满分 16 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 与 $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”, 给出如下定义:

若 $|x_1 - x_2| > |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“特别距离”为 $|x_1 - x_2|$;

若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$, 则点 P_1 与点 P_2 的“特别距离”为 $|y_1 - y_2|$.

例如: 点 $P_1(1, 2)$, 点 $P_2(3, 5)$, 因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$, 所以点 P_1 与点 P_2 的“特别距离”为 $|2 - 5| = 3$,

也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值(点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 交点).

(1) 已知点 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, B 为 y 轴上的一个动点.

- ① 若点 A 与点 B 的“特别距离”为 3, 写出一个满足条件的点 B 的坐标
- ② 直接写出点 A 与点 B 的“特别距离”的最小值

(2) 已知 C 是直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 上的一个动点, 如图 2, 点 D 的坐标是 $(0, 1)$, 求点 C 与点 D 的“特别距离”的最小值及相应的点 C 的坐标.

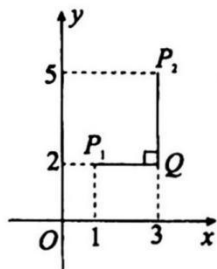


图1

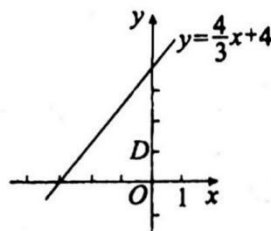


图2

15.(本小题满分 16 分)如图, 已知抛物线 $y = x^2 + 2bx + 2c$ (b, c 是常数, 且 $c < 0$) 与 x 轴分别交于点 A, B (点 A 位于点 O 的左侧), 与 y 轴的负半轴交于点 C , 点 C 的坐标为 $(-1, 0)$.

(1) 点 B 的坐标为_____ (结果用含 c 的代数式表示); (2) 连接 BC , 过点 A 作直线 $AE \parallel BC$

与抛物线 $y = x^2 + 2bx + 2c$ 交于点 E , 点 D 是 x 轴上的一点, 其坐标为 $(2, 0)$. 当 C, D, E 三点在同一直线上时, 求抛物线的解析式;

(3) 在(2)条件下, 点 P 是 x 轴下方的抛物线上的一个动点, 连接 PB, PC , 设所得 $\triangle PBC$ 的面积为 S .

(1) 求 S 的取值范围;

(2) 若 $\triangle PBC$ 的面积 S 为整数, 则这样的 $\triangle PBC$ 共有_____个.

