华中师大一附中2018年高中招生考试

数学试题

考试时间：70分钟　卷面满分：120分

说明：所有答案一律书写在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题（本大题共5小题，每小题7分，共35分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是正确的。）

1. 二次函数 $y=x^2+2x+c$ 的图象与x轴的两个交点为 A（x_1，0），$B(x_2,0)$,，且 $x_1<x_2$，点 $P(m,n)$ 是图象上一点，那么下列判断正确的是

A. 当 $n>0$ 时，$m<x_1$　　B. 当 $n>0$ 时，$m>x_2$

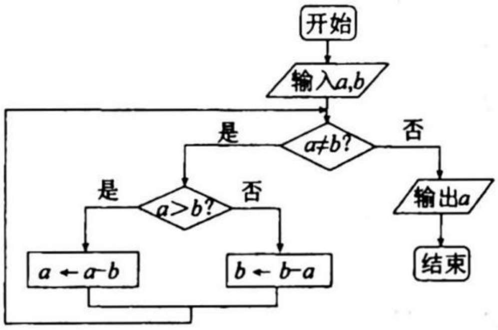
C. 当 $n<0$ 时，$m<0$　　D. 当 $n<0$ 时，$x_1<m<x_2$

2. 已知实数 a、b、c 满足 $a<b<c$，并且 $k=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{b-c}+\dfrac{1}{c-a}$，则直线 $y=-kx+k$ 一定经过

A. 第一、三、四象限　B. 第一、二、四象限

C. 第一、二、三象限　D. 第二、三、四象限

3. 下边程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中“更相减损术”。执行该程序框图，若输入的a、b分别为16、22，则输出的a=（a←a-b的含义：将a-b的结果赋给a）

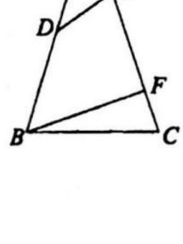


A. 0　　B. 2　　C. 4　　D. 14

4. 直线 $l: kx-y-2k-1=0$ 被以 $A(1,0)$ 为圆心，2为半径的⊙A 所截得的最短弦长为

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 4

5. 如图，△ABC 中，$AB=AC=8$，$BC=4$，$BF\perp AC$ 于 F，D 是 AB 的中点，E 为 AC 上一点，且 $2EF=AC$，则 $\tan\angle DEF=$



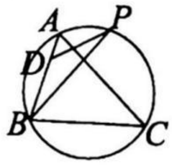
A. $\sqrt{15}$　　B. $\dfrac{\sqrt{15}}{15}$　　C. $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 7 分，共 35 分）。

6．若 $a+b-2\sqrt{a-1}-4\sqrt{b-2}=3-\dfrac{1}{2}c-5$，则 $(b-c)^{a}$ 的值为______。

7．已知△ABC 的一边长为 4，另外两边长恰是方程 $2x^2-12x+m+1=0$ 的两实根，则实数 m 的取值范围是______。

8．如图，D 是△ABC 的边 AB 上的一点，且 $AB=3AD$，P 是△ABC 外接圆上一点，使得∠ADP=∠ACB，则 $\dfrac{PB}{PD}$=______.



9．有十张正面分别标有数字 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 的不透明卡片，它们除数字不同外其余全部相同。将它们背面朝上，洗匀后从中任取一张，以卡片上的数字作为关于 x 的不等式 $5x-a\le 5$ 中的系数 a，使得该不等式的正整数解只有 1 和 2 的概率为______。

10. 若四个互不相等的正实数 a，b，c，d 满足 $(a^{2018}-c^{2018})(a^{2018}-b^{2018})=2018$，$(b^{2018}-b^{2018})(b^{2018}-d^{2018})=2018$，则 $(ab)^{2018}-(cd)^{2018}$ 的值为_______。

三、解答题（本大题共 3 小题，共 50 分。解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤。）

11. (本小题满分 16 分）如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 AB 上一点，F 是 AD 延长线上一点，且 $DF=BE$.

(1)求证：$CE=CF$；

(2)在图 1 中，若 G 在 AD 上，且∠GCE=45°，则 GE、BE、GD 有什么数量关系？说明理由；

(3)运用(1)(2)解答中所积累的经验和知识，完成下题：

如图 2，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC(BC>AD)$，∠B-90°，AB-BC=6，E 是 AB 上一点，且∠DCE=45°，BE=2，求 DE 的长。

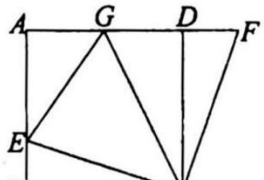


图1

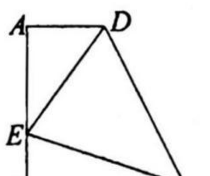


图2

12. (本小题满分 16 分)如图 1，在平面直角坐标系 xOy 内，已知点

$A(-1，O)$，$B(-1，1)$，$C(1，0)$，$D(1，1)$，记线段 AB 为 L_1，线段 CD 为 L_2，点 P 是坐标系内一点。给出如下定义：若存在过点 P 的直线 l 与 L_1，L_2 都有公共点，则称点 P 是 L_1-L_2 相关点。例如，点 $P(O，1)$ 是 L_1-L_2 相关点。

(1)以下各点中，______是 L_1-L_2 相关点（填出所有正确的序号）;

①$(-1，2)$；②$(-5，2)$；③$(4，2)$

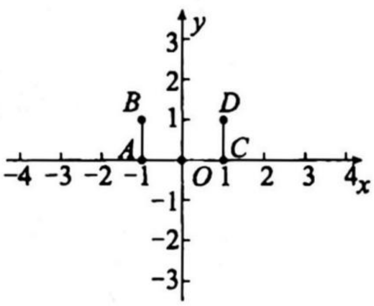
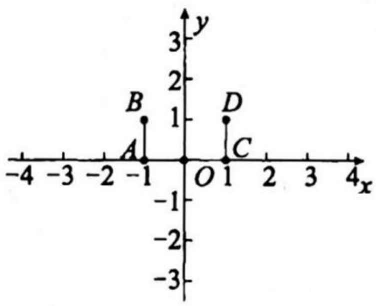


图1



备用图

(2)直接在图 1 中画出所有 L_1-L_2 相关点所组成的区域，用阴影部分表示；

(3)已知点 M 在 y 轴上，以 M 为圆心，r 为半径画圆，若⊙M 上有且只有一个点为 L_1-L_2 相关点。

①当 $r=1$ 时，求点 M 的纵坐标；

②求 r 的取值范围。

13. (本小题满分 18 分）定义：点 $P(x, y)$为平面直角坐标系中的点，若满足 $x=y$ 时，则称该点为“平衡点”，例如点(-1，-1)，(0，0)，($\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$)，…都是“平衡点”。

(1)当 $-1\le x\le 3$ 时，直线 $y=2x+m$ 上存在“平衡点”，则实数 m 的取值范围是_____；

(2)直线 $y=3mx+n-1$ 上存在“平衡点”吗？若存在，请求出“平衡点”的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)若抛物线 $y=ax^2+bx+1(a>1)$ 上存在两个不同的“平衡点” $A(x_1, x_1)$，$B(x_2, x_2)$，且满足 $0<x_1<2$，$|x_2-x_1|:2$，令 $t=b^2-2b+\frac{117}{48}$，试求实数 t 的取值范围。