

# 华中师大一附中 2016 年高中招生考试 数学测试

2016.4.3

考试时间：80 分钟卷面满分：150 分

说明：所有答案一律书写在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题(本大题共 6 小题，每小题 7 分，共 42 分. 在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是正确的.)

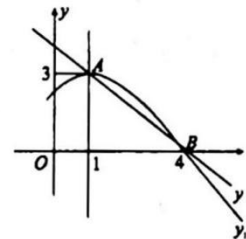
已知方程  $|x| = ax - 1$  有  $\dots$  个负根，而且没有正根，则  $a$  的取值范围是

- A.  $a > -1$                       B.  $a \geq 1$                       C.  $a = 1$                       D.  $a > 1$

2. 关于  $x$  的方程  $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x}{x-1} = \frac{a}{x^2+x-2}$  的根为负数. 则  $a$  的值为

- A.  $a \neq -3$                       B.  $a \neq 3$   
C.  $a < -1$  且  $a \neq -3$                       D.  $a > 1$  且  $a \neq 3$

3. 如图，抛物线  $y_1 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的顶点为  $A(1, 3)$ ，且与  $x$  轴有一个交点为  $B(4, 0)$ ，直线  $y_2 = mx + n$  与抛物线交于  $A$ 、 $B$  两点，下列结论：



①  $2a + b = 0$ ; ②  $abc > 0$ ; ③ 方程  $ax^2 + bx + c = 3$  有两个相等的实数根; ④ 抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标是  $(-1, 0)$ ; ⑤ 当  $1 < x < 4$  时，有  $y_2 < y_1$ . 其中正确的是

- A. ①②③                      B. ①③④                      C. ①③⑤                      D. ②④⑤

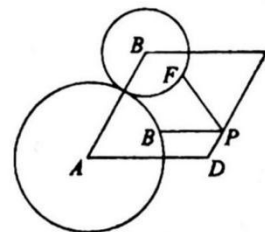
4. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  是方程  $x^2 - 2ax + a + 6 = 0$  的两实数根，那么  $(\alpha + 1)^2 + (\beta + 1)^2$  的最小值为

- A.  $-41/4$                       B. 2                      C. 10                      D. 32

5. 设  $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{2}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2016^2} + \frac{1}{2017^2}}$ ，则  $S$  最接近的整数是

- A. 2015                      B. 2016                      C. 2017                      D. 2018

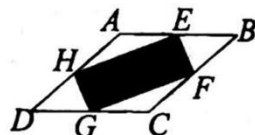
6. 如图，菱形  $ABCD$  中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， $\odot A$ 、 $\odot B$  的半径分别为 4 和 2、 $P$ 、 $E$ 、 $F$  分别是线段  $CD$ 、 $\odot A$  和  $\odot B$  上的动点，则  $PE + PF$  的最大值是



- A.  $6\sqrt{3} + 12$                       B.  $6\sqrt{3} + 16$                       C. 18                      D. 6

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 7 分, 共 42 分.)

7. 如图, 四边形  $ABCD$  是菱形,  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别是各边的中点, 随机地向菱形  $ABCD$  内掷一粒米, 则米粒落到阴影区域内的概率是\_\_\_\_\_



8. 已知  $\frac{x+y-2z}{z} = \frac{x-2y+z}{y} = \frac{-2x+y+z}{x}$  且  $xyz \neq 0$ , 则  $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz} =$  \_\_\_\_\_

9. 满足  $|mx| + |m-n| - 1$  的整数对  $(m, n)$  共有 \_\_\_\_\_ 对.

10. 已知  $\begin{cases} p+q(p+1)=5 \\ p^2q+pq^2=6 \end{cases}$ , 则以  $p, q$  为实数根的一元二次方程为 \_\_\_\_\_

11. 函数  $y = \max\left\{-t+4, t, \frac{3}{t}\right\}$  表示对于给定的  $t$  的值, 代数式  $-t+4, t, \frac{3}{t}$ , 的值中最大的数. 例如

当  $t=-1$  时,  $y = \max\{5, -1, -3\} = 5$ ; 当  $t=1$  时,  $y = \max\{3, 1, 3\} = 3$ , 则当  $t =$  \_\_\_\_\_ 时函数  $y$  的值最小.

12. 在平面直角坐标系中, 同时满足下列两个条件的点的坐标为 \_\_\_\_\_.

(1) 直线  $y = -2x + 3$  通过这样的点.

(2) 不论  $m$  取何非零实数值, 抛物线  $y = mx^2(2m-1)x - 3m$  都不通过这样的点.

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤.)

13. (本题 16 分) 对于任意实数  $k$ , 方程  $(k+1)x^2 - 2(k+a)^2x + k^2 + 4k + b = 0$  总有一个根是 1.

(1) 求实数  $a, b$ ;

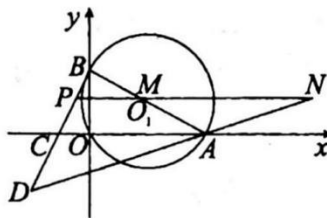
(2) 求另一个根的范围.

14.(本题 16 分)如图, 在直角坐标系中, 直线  $y = \frac{1}{2}x + 4$  与  $x$  轴交于  $A$  点, 与  $y$  轴交于  $B$  点, 以

$AB$  为直径作  $\odot O_1$ , 过  $B$  作  $\odot O_1$  的切线交  $x$  轴于点  $c$ .

(1) 求  $C$  点的坐标.

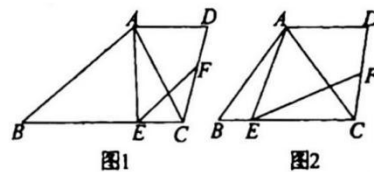
(2) 设点  $D$  为  $BC$  延长线上一点,  $CD=BC$ ,  $P$  为线段  $BC$  上的一个动点(异于  $B$ 、 $c$ ), 过  $p$  点作  $x$  轴的平行线交  $AB$  于  $M$ , 交  $DA$  的延长线于  $N$ , 试判断  $PM+PN$  的值是否为定值, 如果是, 则求出这个值; 如果不是, 请说明理由



15.(本题 16 分)在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BAC = \angle D$ , 点  $E$  在边  $BC$ (点  $c$  除外)上运动, 点  $F$  在边  $CD$  上运动, 且  $\angle AEF = \angle ACD$

(1) 如图 1, 若  $AB = k \cdot BC$  ( $k$  为常数), 则  $AE$  与  $EF$  之间的是否存在某种确定的数量关系?

若存在, 写出你的猜想, 并加以证明; 若不存在, 说明理由;



(2) 如图 2, 若  $AB=AC=5$ ,  $\sin \angle BAC = 24/25$ ,  $\angle BAC$  为锐角, 设  $EF$  的长度为  $m$ , 当  $E$ 、 $F$  点运动时, 求  $m$  的变化范围.

16.(本题 18 分)已知抛物线  $C: y = x^2 - 2x + 4$ , 其顶点为  $E$ , 与  $y$  轴交于点  $D$ .

(1) 直线  $l_2: y = kx (k > 0)$  与抛物线  $C$  交于不同两点  $P, Q$ , 并与直线  $l_1: y = -2x + 8$  交于点  $R$ ,

分别过  $P, Q, R$  作  $x$  轴的垂线, 其垂足依次为  $P_1, Q_1,$

$R_1$  若  $\frac{1}{OP_1} + \frac{1}{OQ_1} = \frac{u}{OR_1}$  求  $u$  的值.

(2) 若直线  $l_3: y = -\frac{1}{3}x + 8$  与抛物线  $C$  在第一象限

交于点  $B$ , 交  $y$  轴于点  $A$ , 求  $\angle ABC - \angle DBE$  的值.

(3) 若  $F(1, \frac{13}{4}), A(0, 8)$ , 请在抛物线  $C$  上找一点  $K$ , 使得  $\triangle KEA$  的周长最小, 并求出周长的

最小值.

