

华中师大一附中 2021 年高中招生考试 数学试题

2021. 4. 3

考试时间：70 分钟 卷面满分：120 分

说明：所有答案一律书写在答题卡上，在试卷上作答无效。

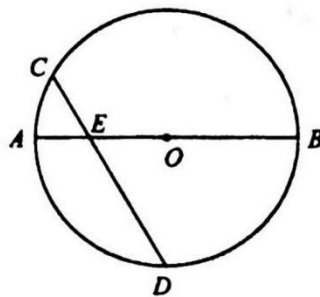
一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是正确的。）

1. 若 $(a^2 - 4)x^2 + (a + 2)x + 3 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程，则 $2a + 1$ 的值为
 A. 5 B. -3 C. -3 或 5 D. 2

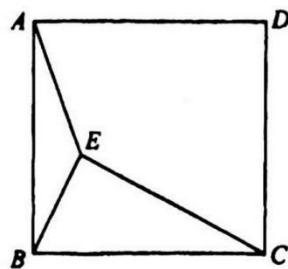
2. 新疆棉花是世界上最优质的棉花之一，普通的优质棉纱纤维长度 27mm 左右，而新疆超长棉纱纤维长度可以达到 37mm 以上。用超长棉纱制成的纯毛巾，质地柔软，手感舒适，色彩鲜艳，吸水性极好。某商场中有 5 款优质毛巾，其中有 3 款是用新疆超长棉纱制成的，在这 5 款毛巾中任选 2 款，至少有一款是用新疆超长棉纱制成的概率是
 A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

3. 在第 36 届全国中学生物理竞赛决赛中，华师一物理竞赛团队有 5 位同学获金牌，并全部进入国家集训队。五位同学猜谁是第一名，A 说：是 B，B 说：是 D，C 说：是 A，D 说：B 说错了，E 说：不是我。教练说：你们中只有一人说对了，那么第一名是
 A. B B. C C. D D. E

4. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， D 是半圆中点，弦 CD 交 AB 于点 E 。若 $CE = 2$ ， $DE = 4$ ，则 $\odot O$ 的半径为
 A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$
 C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{6}$



5. 如图，已知点 E 是正方形 $ABCD$ 内的一点，连接 EA 、 EB 、 EC ，如果 $EA = 2$ ， $EB = 1$ ， $EC = \sqrt{6}$ ，则四边形 $AECD$ 的面积为
 A. $\frac{\sqrt{2} + 9}{2}$ B. $\sqrt{2} + 9$
 C. $\sqrt{2} + \frac{9}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 9$

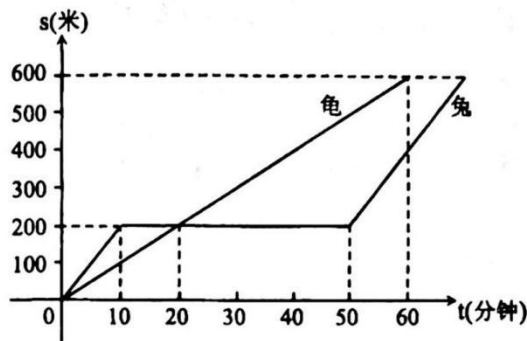


二、多项选择题（本大题共3小题，每小题7分，共21分。在每小题给出的四个选项中，有两个或两个以上选项是正确的，只选一项、选错或不选，均为零分，漏选得3分，选出全部正确选项得7分。）

6. 龟、兔进行600米赛跑，赛跑的路程 s (米)与时间 t

(分钟)的关系如图所示(兔子睡觉前后速度保持不变)，根据图像信息，下列说法正确的有

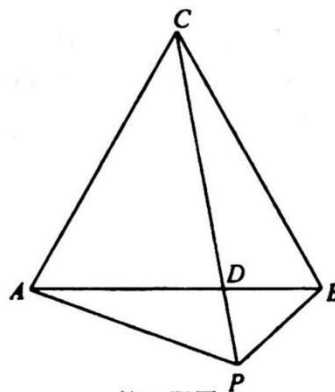
- A. 赛跑中，兔子共睡了40分钟
- B. 兔子在整个赛跑过程中的平均速度是10米/分钟
- C. 兔子到达终点时，乌龟已经到达了8分钟
- D. 兔子刚醒来时，乌龟已经领先了300米



第6题图

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $CA=CB$ ， P 是 $\triangle ABC$ 外一动点，满足 $\angle CAP + \angle CBP = 180^\circ$ ，设 $\angle CPA = \alpha$ ，则下列结论正确的有

- A. $\angle CPA = \angle CPB$
- B. 设四边形 $ACBP$ 的面积为 S ，则 $S \leq \frac{1}{2} AB \cdot CP$
- C. 若 $\alpha = 30^\circ$ ， $BC = 4$ ，则 PC 的最大值为8
- D. 若 $\alpha = 60^\circ$ ， $PA = 4$ ， $PB = 2$ ，则 PD 的长度为 $\frac{4}{3}$

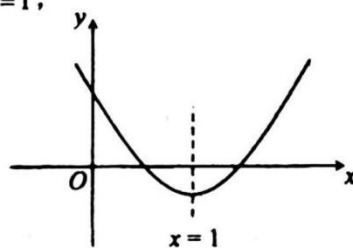


第7题图

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0, a, b, c$ 为常数)的对称轴为 $x = 1$ ，

其图像如图所示，则下列选项正确的有

- A. $|abc| + abc = 0$
- B. 当 $a \leq x \leq 1 - a$ 时，函数的最大值为 $c - a^2$
- C. 关于 x 的不等式 $ax^4 + bx^2 > a(x^2 - 2)^2 + b(x^2 - 2)$ 的解为 $x > \sqrt{2}$ 或 $x < -\sqrt{2}$



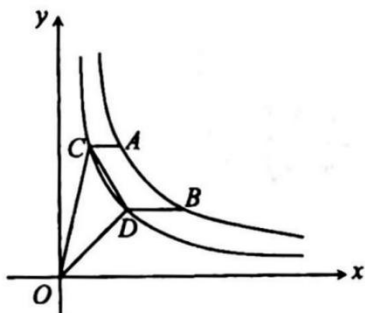
第8题图

D. 若关于 x 的函数 $t = x^2 + bx + 1$ 与关于 t 的函数 $y = t^2 + bt + 1$ 有相同的最小值，则 $|b - 1| \geq \sqrt{5}$

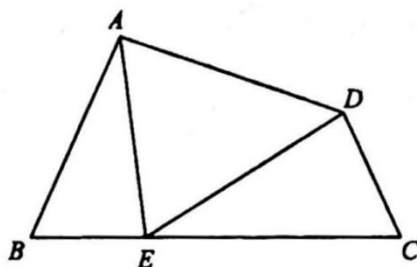
三、填空题（本大题共4小题，每小题6分，共24分。其中11、12题每空3分）

9. 已知 $x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ ，则代数式 $2x^3 - 3x^2 - 7x + 2022$ 的值为_____。

10. 如图, C 、 D 两点在双曲线 $y_1 = \frac{4}{x} (x > 0)$ 上, A 、 B 两点在双曲线 $y_2 = \frac{m}{x} (m > 4, x > 0)$ 上, 若 $AC \parallel BD \parallel x$ 轴, 且 $BD = 3AC$, 则 $\triangle OCD$ 的面积为_____.



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $BC = 10$, E 是线段 BC 上的一动点, $\angle AED = \angle ABC = \angle DCB = 60^\circ$
- (1) 当 $BE = 3$ 时, $AB \cdot CD =$ _____;
 - (2) 当 $BE = 5$ 时, 点 E 到 AD 的距离是_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 且 $-1 < x_1 < 0$
- (1) 下列说法正确的有_____。(将正确选项的序号填在横线上)

- ① 若 $x_2 > 0$, 则 $c < 0$
- ② $|x_1| + |x_2| = \sqrt{b^2 - 4c}$
- ③ 若 $|x_2 - x_1| = 2$, 则 $|1 - b + c| - |1 + b + c| > 2|4 + 2b + c| - 6$
- ④ 若 $\frac{x_1^4 + x_2^4}{x_1^2 \cdot x_2^2} = 7$, 则 $b^2 = -c$

- (2) 某数学兴趣小组为了增加此题的趣味性, 将题目改成: 若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 且 $-1 < x_1 < x_2 < 0$, 其中 a, b, c 均为整数, 则 a 的最小值为_____.

四、解答题（本大题共 4 小题，共 50 分。解答应写出文字说明、证明过程和演算步骤。）

13. (本小题满分 10 分)

(1) 计算： $(5\sqrt{\frac{xy}{5}} + xy\sqrt{\frac{45}{xy}} - \sqrt{\frac{5xy}{4}}) \div (\sqrt{x} \div \sqrt{\frac{1}{y}})$ ($x > 0, y > 0$)

(2) 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x-1} + \frac{k}{x+2} = \frac{2k+3}{x^2+x-2}$ 没有实数根，求实数 k 的值。

14. (本小题满分 12 分)

关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，以这两个根作为等腰 $\triangle ABC$ 的底边长和腰长，这样的等腰三角形有且仅有一个。

(1) 求 m 的取值范围；

(2) 当 m 取最大值时，求该等腰三角形外接圆半径。

15. (本小题满分 14 分)

已知抛物线 $y = x^2$

- (1) 设 P 为直线 $y = \frac{1}{2}x$ 在第一象限图象上的一动点, 过 P 作 $PM \perp x$ 轴, 垂足为 M , 将 $\triangle OPM$ 沿 OP 翻折, 得到 $\triangle OPN$ (如图 1 所示), 若点 N 恰好在抛物线上, 求点 N 的坐标;
- (2) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 为抛物线在第一象限图象上的两个动点, 过 A, B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 C, D (如图 2 所示), 记 $\triangle OAB$ 的面积为 S_1 , 梯形 $ABDC$ 的面积为 S_2 , 若 $5S_1 = 2S_2$, $CD = 2$, 求直线 AB 的解析式.

(参考公式: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$)

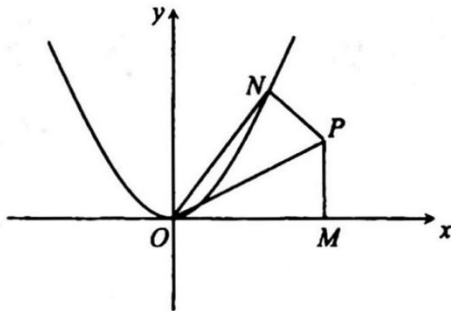


图 1

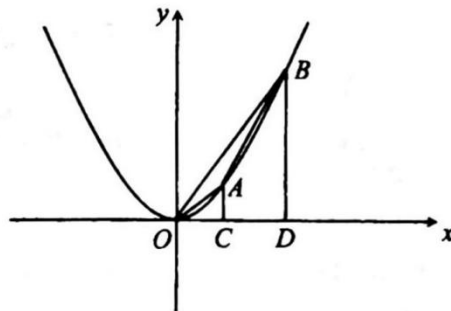


图 2

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 中点, F 是射线 AC 上的一点.

(1) 如图 1, 连接 FD 并延长交 AB 于点 E , 求 $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF}$ 的值;

(2) 如图 2, $\angle ACB = 90^\circ$, BF 交 AD 于点 G , 且 $\angle CGD = 90^\circ$, $\tan \angle FBC = \frac{\sqrt{6}}{7}$, 求 $\frac{DG}{AG}$ 的值.

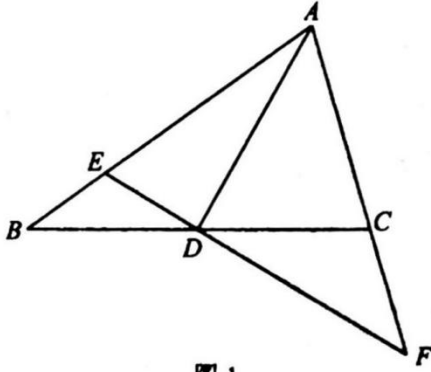


图 1

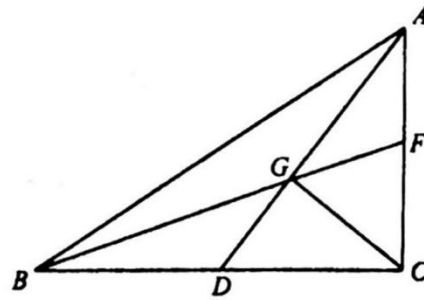


图 2