八上几何压轴题：例说 SSA 困境下的 HL 破局

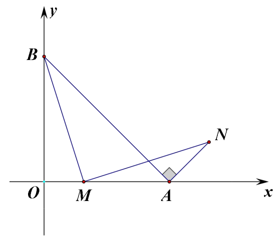
许海兵（武汉 TOP 学案网创始人）

同学们都知道 SSA（边边角）不能作为我们判断三角形全等的依据，至少在常规考试的时候是这样的，当然也不是完全不能用，关于这方面的知识拓展延伸，大家可以自行查阅相关学科竞赛类资料。但考试的时候，我们偏偏就会遇到找全等条件的时候，只有 SSA 可以利用，其他判定定理一概失效，这个时候我们该怎么办呢？

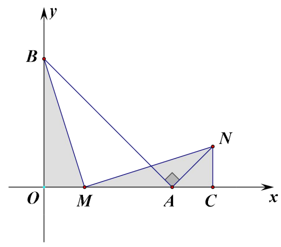
比如，下面一个几何证明题就是这样的：

例题：（武昌区 2019-2020 学年度期中考试 T24 改）

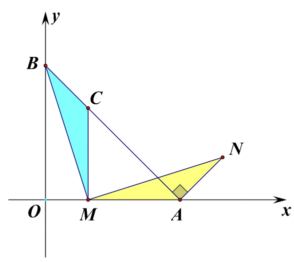
如图，平面直角坐标系下，A(2,0)、B(0,2)，点 M 为线段 OA 上一点，点 N 在第一象限，且 NA⊥AB，BM=MN，求证：BM⊥MN；



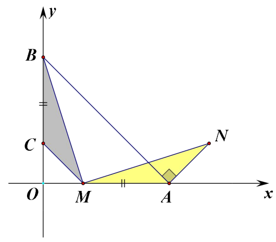
思路 1：从结果逆向推理，BM 和 MN 垂直且相等，应该可以构造三垂直模型，尝试一下，然而，除了一个构造的 90° 直角对应相等，加上已知条件 BM=MN，其他全等条件什么也得不到，如下图：



思路 2：用“同侧型双直角对角互补模型”解决，构造旋转全等，如下图，这次得到了 MA=MC，加上已知条件 BM=MN，还有一组 135° 的角，出现了 SSA，再次失败。



思路 3：构造如图全等，情况和思路 2 一样，还是 SSA，看来 SSA 是目前条件下的绕不过去的“坎”。



其实回归课本，我们不难发现，SSA 判定定理并非不存在，只是存在于特殊情形下，比如 HL 就是例子：**两个直角三角形，斜边对应相等，一组直角边对应相等，并且斜边的“对角”也对应相等（90°），这两个直角三角形全等。**这其实就是 SSA，SSA 并没有消失，只是以这样的特殊形式存在着。

这样给我们提供一种思路：**SSA 的困境破解之道在于：把 SSA 变成 HL**

于是，就有了思路 4：

1、如下图，接思路 3，先构造两个等腰直角三角形全等（AAS），得到 BP=MQ
2、再由 HL 判定定理证明 Rt△BPM≌Rt△MQN（HL）
3、再由全等导角，可以证明∠BMN=90°